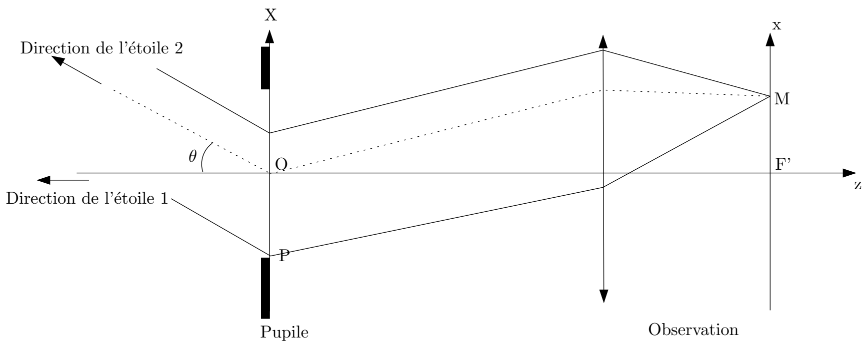
TD d'Optique 2

Diffraction (2) : Applications

15/09/2015

I. Rôle de la diffraction dans la formation des images – Apodisation

Le but de cet exercice est de mettre en évidence l'effet de la diffraction dans la formation des images et de voir comment il peut être nécessaire de choisir un diaphragme adapté à chaque cas particulier. Dans un souci de simplification, nous raisonnerons sur des fentes infiniment longues, tout en sachant que le phénomène reste qualitativement le même dans le cas des instruments d'optique réels à symétrie cylindrique. On schématise donc un télescope par une lentille mince de distance focale f' précédée d'une pupille diffractante rectangulaire de largeur a, infinie dans la direction Y, dont la transparence complexe sera notée $t(X)$. On observe deux étoiles assimilables à deux sources ponctuelles monochromatiques à l'infini. L'une d'elle étant sur l'axe optique, l'autre se trouve dans une direction repérée par l'angle θ.



Les intensités des étoiles ne sont pas identiques.

$\boxed{1.}$ Déterminer l'éclairement dans le plan focal de la lentille dû à chaque étoile, puis en déduire l'éclairement total. En quoi la largeur de la fente intervient-elle ?

$\boxed{2.}$ Dans un premier cas, on considère que les deux étoiles ont la même intensité I_0. Selon le critère de Rayleigh, la position limite à partir de laquelle on peut distinguer deux tâches de diffraction différentes correspond au cas où le maximum de l'une est confondu avec la première annulation de la seconde. En utilisant ce critère, déterminer l'angle θ limite que permet de résoudre un tel télescope. Commentaires ?

$\boxed{3.}$ On ajoute désormais à cette fente un filtre de transparence

$$t(X) = \cos\left(\frac{\pi X}{a}\right) \quad \text{pour} \quad |X| \leq a/2.$$

Quel est l'inconvénient de cette pupille par rapport à la précédente ? Pour mettre en évidence l'avantage d'un tel filtre, on considère le cas où l'intensité de la seconde étoile est beaucoup moins élevée que la première. Donner l'allure de l'éclairement total avec et sans filtre dans le cas où $\theta = \frac{5\lambda}{2a}$ et commenter les résultats obtenus.

II. Optique de Fourier

$\boxed{1.}$ Rappeler la relation qui existe, dans l'approximation de Fraunhofer, entre la fonction de transparence de la structure diffractante et l'amplitude diffractée à l'infini, ou dans le plan focal d'une lentille.

$\boxed{2.}$ **Expérience d'Abbe**

On propose une expérience pour illustrer ce principe : on considère un réseau R de période a, éclairé par une onde plane. On place une lentille de distance focale f_1, à distance f_1 du réseau. On obtient ainsi dans son plan focal P_1 la figure de diffraction "à l'infini" du réseau. On place ensuite une seconde lentille, de distance focale f_2, de manière à réaliser l'image géométrique du réseau dans un plan P_2.

On utilise un second réseau R', placé dans le plan de Fourier P_1, pour modifier l'image du réseau obtenue dans le plan P_2.

Comment doit être constitué R' pour obtenir un doublement du nombre de traits de l'image du premier réseau ?

3. Qu'est que la strioscopie ? le contraste de phase ?

III. DIFFRACTION DES RAYONS X PAR LES SOLIDES

Un cas particulier de réseau est constitué par les atomes ou molécules d'un cristal, arrangement régulier de motifs en 3 dimensions.

1. Déterminer un ordre de grandeur de la longueur d'onde nécessaire pour sonder un cristal solide, et en déduire les types de rayonnement utilisables pour faire de la diffraction sur les cristaux.

Par la suite, on considérera de la diffraction aux rayons X, due à la diffusion élastique du rayonnement électromagnétique par les atomes du cristal.

2. **Loi de Bragg**

On suppose que les plans parallèles d'atomes présents dans le cristal agissent comme des miroirs, chaque plan réfléchissant une partie du rayonnement seulement. Il existe un nombre illimité de telles familles de plans parallèles, et on en considère ici une en particulier. La distance entre les plans est notée d. Quelle est la condition (appelée Loi de Bragg) sur d, λ et θ (angle d'incidence de l'onde sur les plans considérés), pour observer une amplitude diffractée non nulle ?

3. **Condition de Laue**

La loi de Bragg est une condition claire et facile à utiliser, mais elle nécessite de faire l'hypothèse de réflexion de l'onde sur des plans réticulaires (c'est-à-dire de raisonner en terme d'optique géométrique) puis d'utiliser les interférences entre les ondes lumineuses (c'est-à-dire de raisonner en terme d'optique ondulatoire).

On peut partir, pour réaliser une étude plus complète, de l'équation générale donnant l'amplitude diffractée par l'échantillon, dans l'approximation de Fraunhofer, en un point M. On note $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ les vecteurs élémentaires d'une maille du cristal, par combinaison desquels on peut générer tout le cristal.

Donner les conditions sur $\Delta\vec{k} = \vec{k} - \vec{k}_0$ déterminant la direction des pics d'interférence de la figure de diffraction.

Déterminer les vecteurs de base du réseau réciproque, c'est-à-dire les vecteurs sur lesquels on peut décomposer $\Delta\vec{k}$.

Retrouver la loi de Bragg.