Optique géométrique

HA8402H – Physique et sciences de l'ingénieur 4

Kenneth MAUSSANG

Université de Montpellier

Polytech Montpellier — PeiP

2021 – 2022

Objectifs du chapitre

O6.1 Modèle de l'optique géométrique - domaine de validité et intérêt.

O6.2 Introduire la notion de chemin optique et le principe de Fermat.

O6.3 Propriétés et caractéristiques générales des systèmes optiques.

O6.4 Établir les relations de conjugaison des quelques systèmes optiques courants.

O6.5 Modèle de la lentille mince.

O6.6 Méthodes de construction géométriques des rayons lumineux.

O6.7 Étude de quelques instruments d'optique.

On définit $L[AB]$ le *chemin optique* associé au rayon allant de A à B selon $\mathcal{C}$ par

$$\boxed{L[AB] = \int_{\mathcal{C}} n(\vec{r})\mathrm{d}s}.$$

Dans un milieu homogène, si on note l la longueur du chemin AB, on alors alors simplement

$$L[AB] = nl.$$

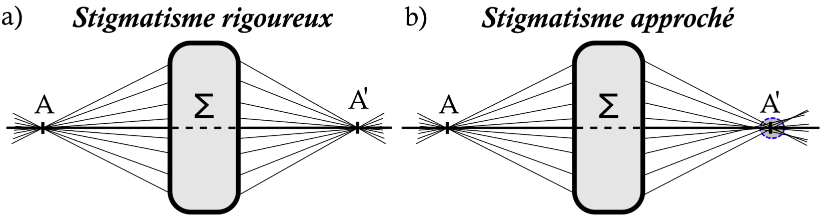
Le chemin optique associé au trajet de la lumière entre deux points A et B de l'espace est extrémal. Plusieurs chemins permettent de rejoindre A à B (une infinité). Celui qui rend le chemin optique extrémal correspond alors au chemin suivi par la lumière. En pratique, c'est le chemin optique minimal.

Cas d'un milieu homogène
Si le milieu est homogène, la lumière se propage en ligne droite. Donc un milieu homogène ne modifie pas les surfaces d'onde.
Alternance de milieux homogènes
Il peut exister plusieurs chemins allant de A à B minimisant le chemin optique.

Définition : stigmatisme

Un système optique Σ sera dit **stigmatique** si à un point source A d'où émerge des rayons, il fait correspondre un seul point image A' où converge tous les rayons sortant de Σ.

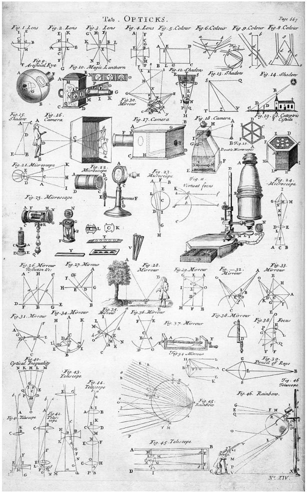
Illustration du stigmatisme rigoureux et approché par un système optique Σ, entre deux points conjugés A et A'.



Conditions de Gauss

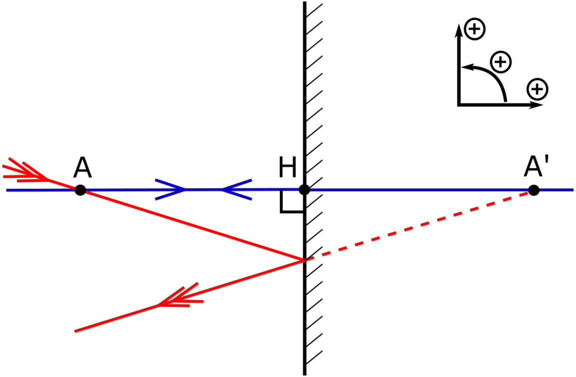
- rayons faiblement inclinés ;
- rayons peu écartés de l'axe optique (paraxiaux).

Quelques instruments d'optique (Cyclopaedia, 1728)



https://en.wikipedia.org/wiki/Optics

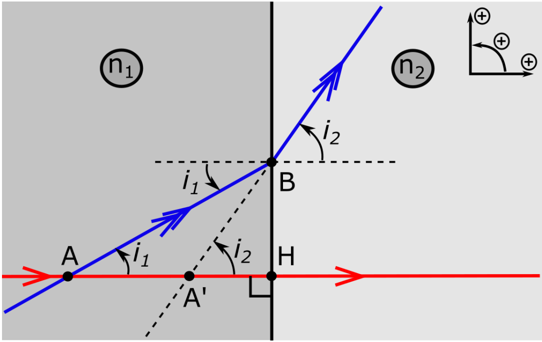
Relation de conjugaison d'un miroir plan. L'objet A est réel, l'image A' est virtuelle.



Soit H le projeté orthogonal de A sur le miroir. Alors A' est le symétrique de A donc

$$\boxed{\overline{AH} = -\overline{A'H}}$$

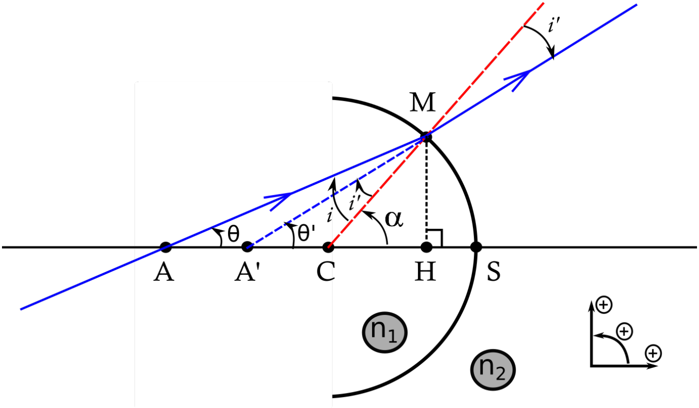
Relation de conjugaison d'un dioptre plan. L'objet A est réel, l'image A' est virtuelle.



Soit H le projeté orthogonal de A sur le dioptre plan. Relations de conjugaison du dioptre plan

$$\boxed{\frac{n_1}{\overline{AH}} = \frac{n_2}{\overline{A'H}}}.$$

Relation de conjugaison d'un dioptre sphérique.



$$\boxed{\frac{n_1}{\overline{SA}} - \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}}}$$

2.3. Cas du dioptre sphérique

Notion de foyer

Le foyer image F' est l'image d'un objet A situé à $-\infty$ (faisceau incident collimaté).

Le foyer objet F est l'objet tel que l'image conjuguée soit renvoyée à $+\infty$.

Pour le dioptre sphérique, en imposant A$\rightarrow -\infty$ dans la relation de conugaison, on obtient

$$-\frac{n_2}{\overline{SF'}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}},$$

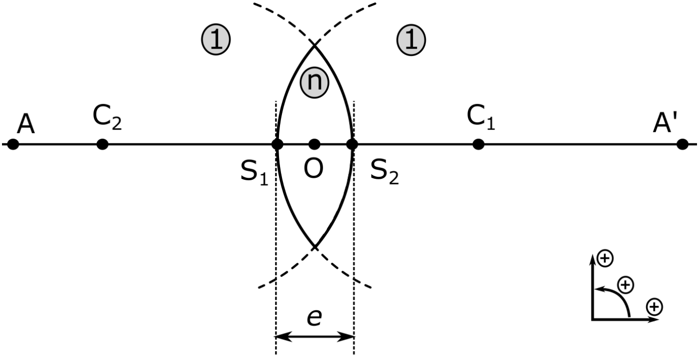
et en imposant A'$\rightarrow +\infty$

$$\frac{n_1}{\overline{SF}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}}.$$

On obtient ainsi une relation entre les foyers F et F' suivant

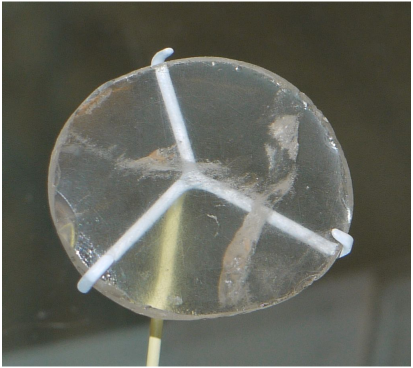
$$\boxed{\frac{n_1}{\overline{SF}} + \frac{n_2}{\overline{SF'}} = 0}.$$

Lentille mince formée d'un matériau d'indice *n* comme association de deux dioptres sphériques.



$$\boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}}$$

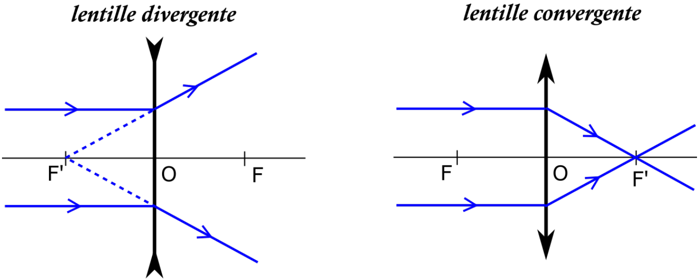
Les plus vieilles lentilles connues étaient réalisées en cristaux polis (souvent du quartz), comme la lentille de Nimrud, remontant à 700 ans avant J.-C (actuellement conservée au British Museum, London).



https://en.wikipedia.org/wiki/Optics

2.4. La lentille mince

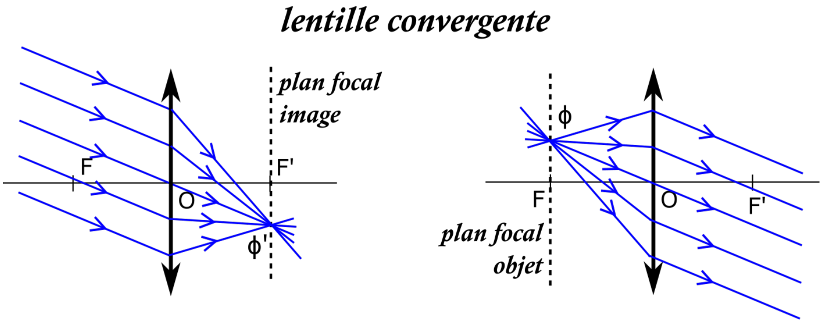
Si $\overline{\text{OF'}} < 0$, la lentille est *divergente*, si $\overline{\text{OF'}} > 0$, la lentille est *convergente*.



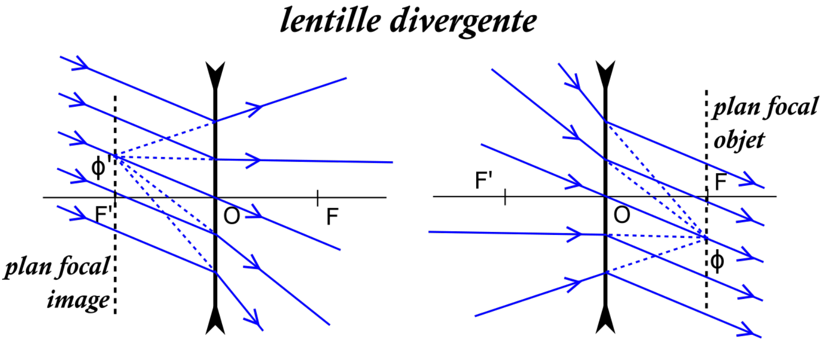
On appelle $f' = \overline{\text{OF'}}$ la **distance focale de la lentille**, et on note $f = \overline{\text{OF}}$. On exprime parfois la relation de conjugaison sous la forme réduite

$$\boxed{\frac{1}{\overline{\text{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\text{OA}}} = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}}.$$

Lentilles convergentes - définition des foyers secondaires.



Lentilles divergentes - définition des foyers secondaires.

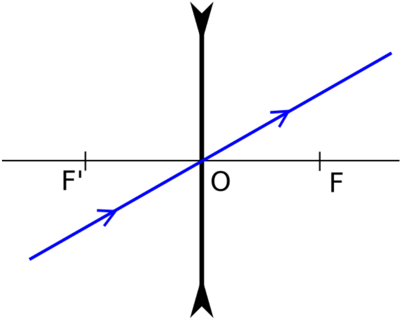


Propriétés fondamentales des lentilles minces

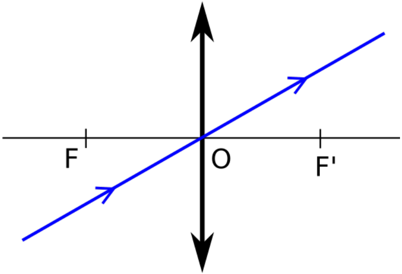
- les rayons passant par O ne sont pas déviés ;
- un rayon incident parallèle à l'axe optique est dévié en passant (y compris virtuellement) par le foyer image F' ;
- un rayon incident passant (y compris virtuellement) par le foyer objet F émerge parallèlement à l'axe optique.

Lentilles divergentes et convergentes - rayons remarquables.

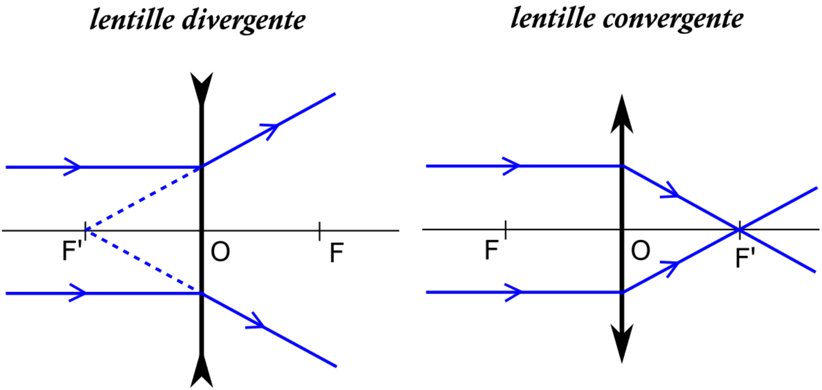
lentille divergente



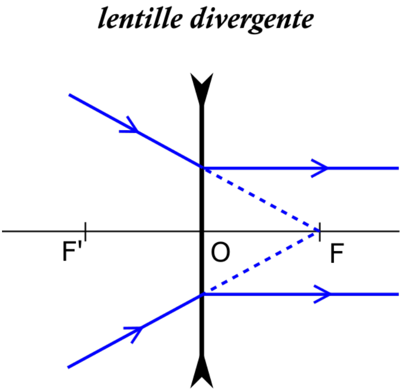
lentille convergente

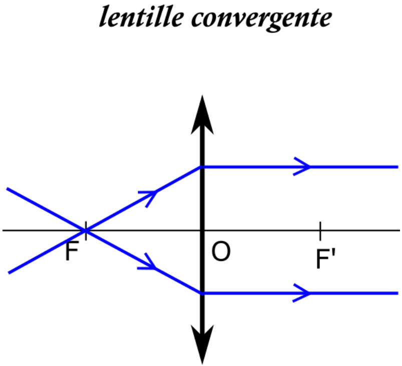


Lentilles divergentes et convergentes - rayons remarquables.



Lentilles divergentes et convergentes - rayons remarquables.





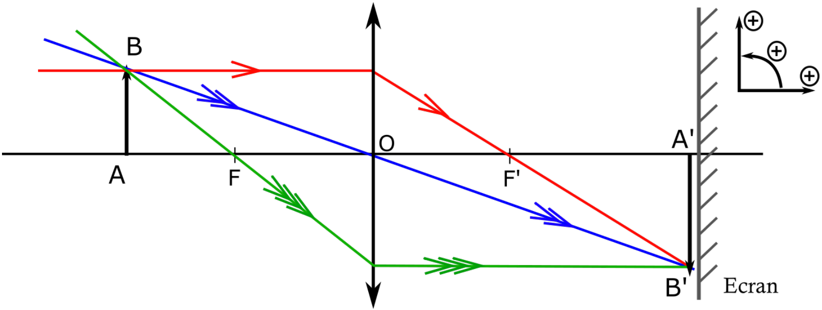
2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Le système { lentille mince } est stigmatique : il suffit de tracer deux rayons passant par l'objet A pour déterminer la position de l'image A'. On utilise les rayons remarquables suivants

- le rayon passant par l'origine O de la lentille n'est pas dévié ;
- le rayon parallèle à l'axe optique est dévié telle que sa direction après la lentille passe par F', le foyer objet ;
- le rayon passant par le foyer objet F émerge parallèlement à l'axe optique.

2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Image d'un objet étendu AB par une lentille mince convergente.
Soit un objet $\overline{AB}$ avec A appartenant à l'axe optique et B hors de l'axe optique mais dans le même plan objet. Si le système optique Σ est aplanétique, $\overline{A'B'}$ est dans le plan image.



2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

On définit le **grandissement** transversal γ comme

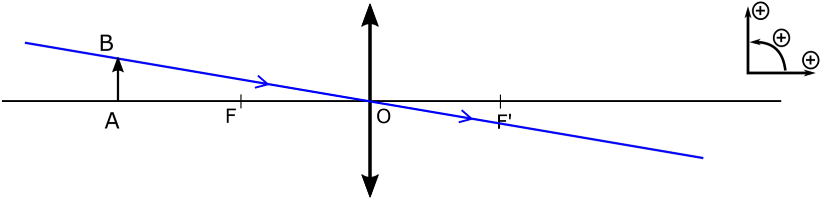
$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{\text{A'B'}}}{\overline{\text{AB}}}}.$$

Dans le cas d'une lentille mince, on montre que

$$\gamma = \frac{\overline{\text{A'B'}}}{\overline{\text{AB}}} = \frac{\overline{\text{OA'}}}{\overline{\text{OA}}}.$$

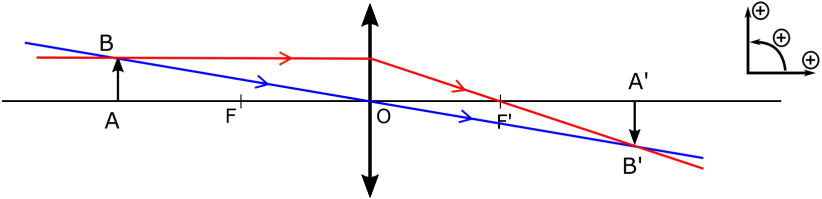
2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Si $A \in]-\infty, F[$



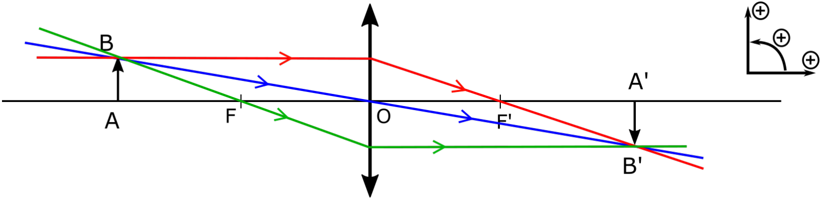
2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Si $A \in]-\infty, F[$



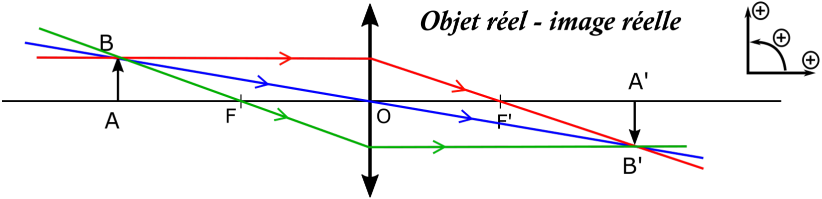
2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Si $A \in]-\infty, F[$



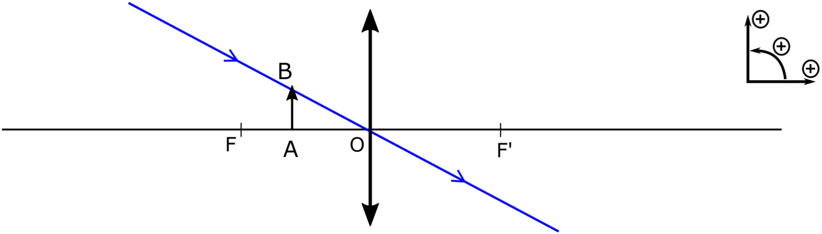
2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Si $A \in]-\infty, F[$



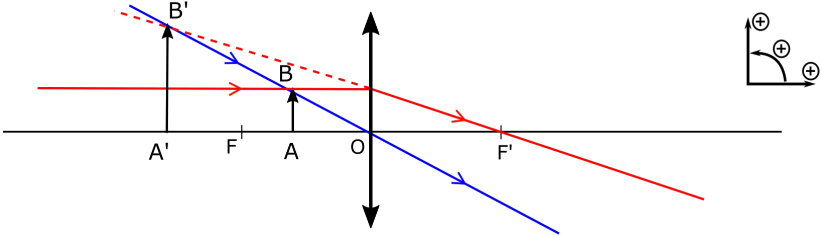
2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Si $A \in]F, O[$



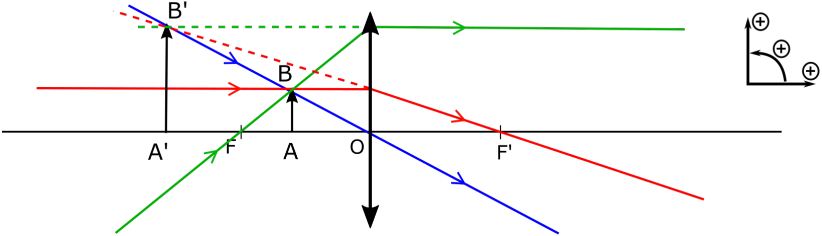
2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Si $A \in]F, O[$



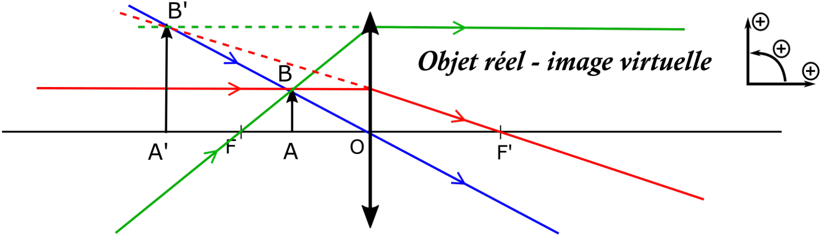
2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Si $A \in]F, O[$



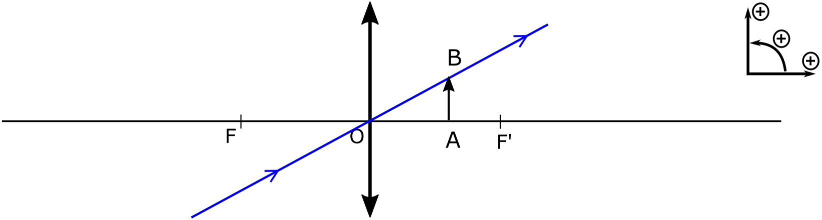
2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Si $A \in]F, O[$



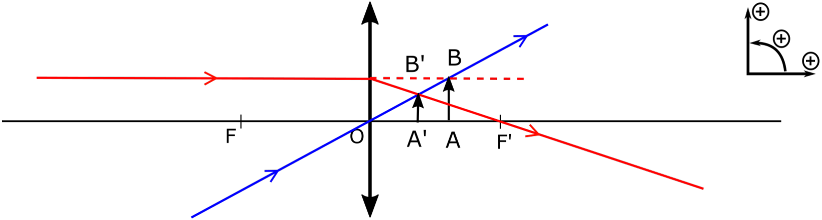
2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Si $A \in]O, F'[$



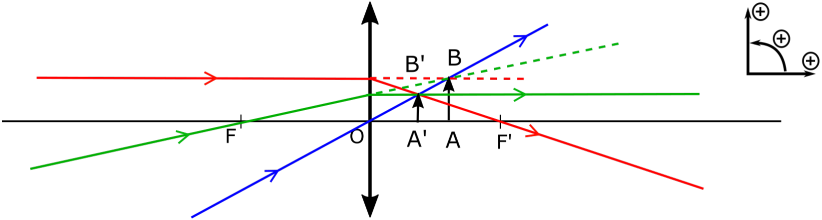
2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Si $A \in]O, F'[$



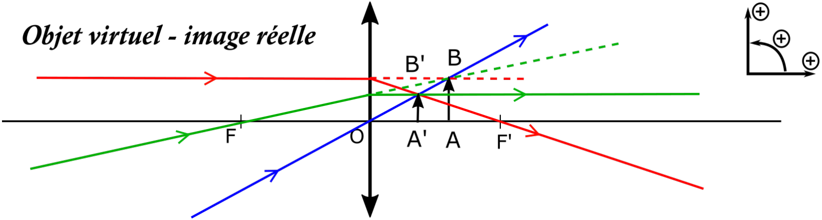
2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Si $A \in]O, F'[$



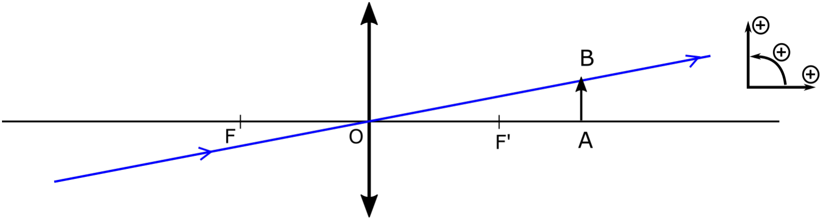
2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Si $A \in]O, F'[$



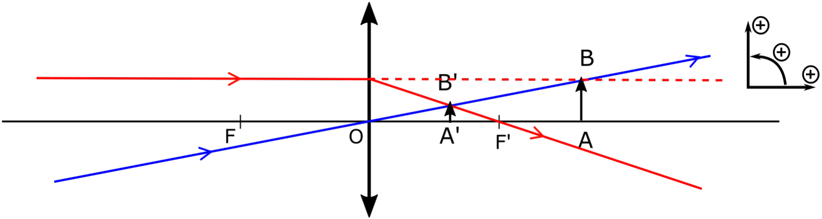
2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Si $A \in]F', +\infty[$



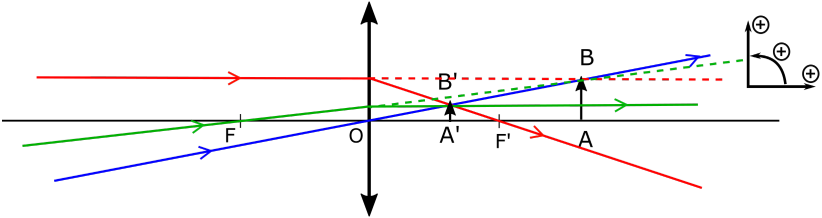
2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Si $A \in]F', +\infty[$



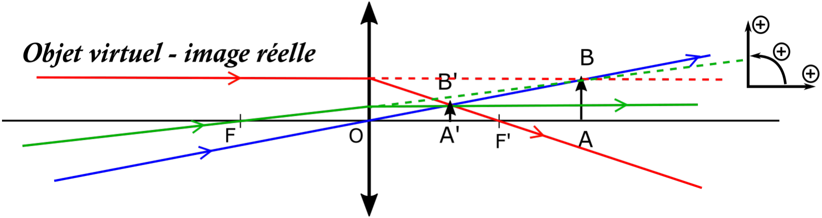
2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Si $A \in]F', +\infty[$



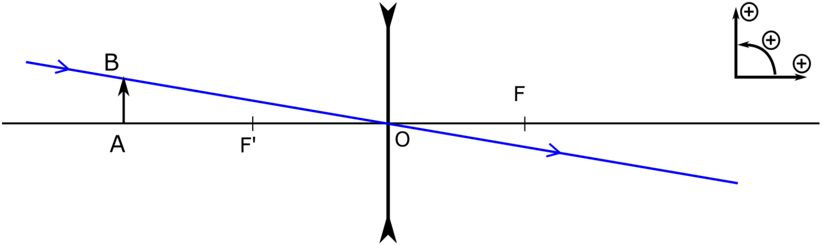
2.5. Construction géométrique dans le cas d'une lentille convergente

Si $A \in]F', +\infty[$

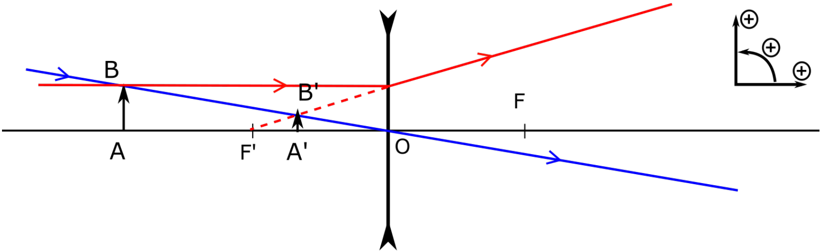


2.6. Construction géométrique dans le cas d'une lentille divergente

Si $A \in]-\infty, F'[$

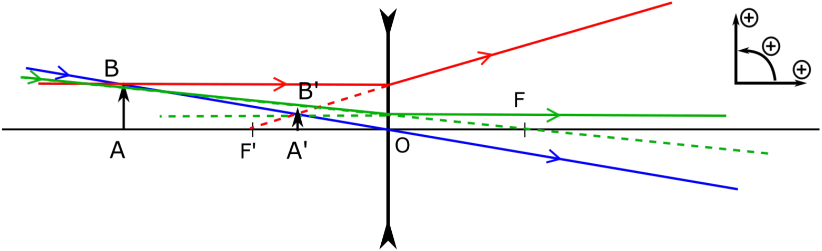


Si $A \in]-\infty, F'[$



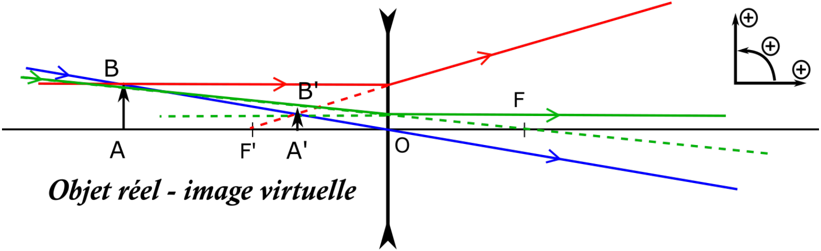
2.6. Construction géométrique dans le cas d'une lentille divergente

Si $A \in]-\infty, F'[$



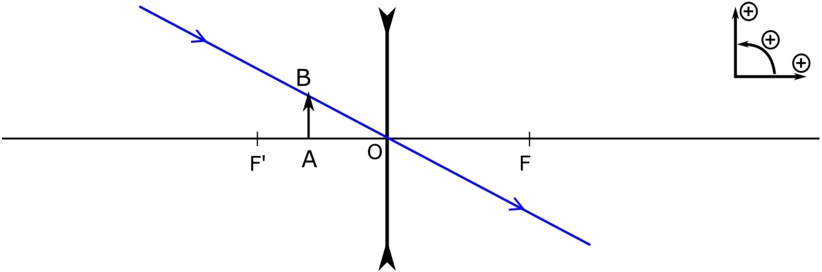
2.6. Construction géométrique dans le cas d'une lentille divergente

Si $A \in]-\infty, F'[$



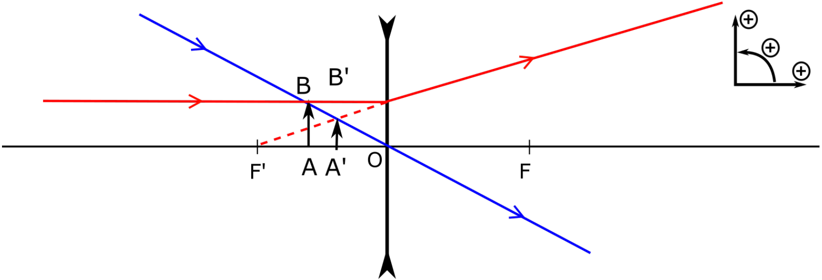
2.6. Construction géométrique dans le cas d'une lentille divergente

Si $A \in]F', O[$



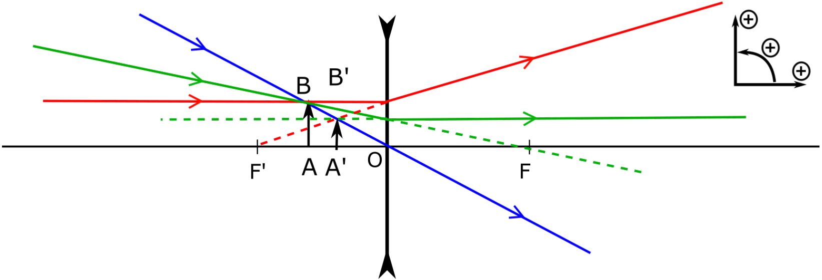
2.6. Construction géométrique dans le cas d'une lentille divergente

Si $A \in]F', O[$



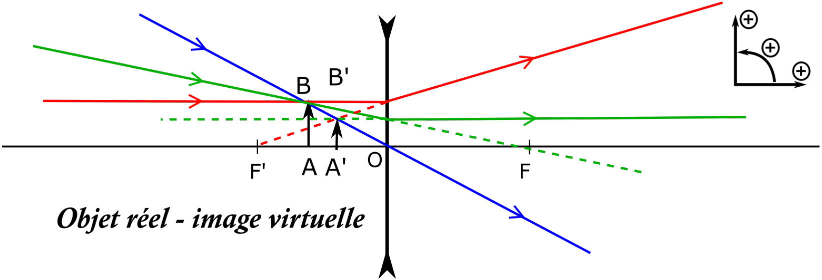
2.6. Construction géométrique dans le cas d'une lentille divergente

Si $A \in]F', O[$



2.6. Construction géométrique dans le cas d'une lentille divergente

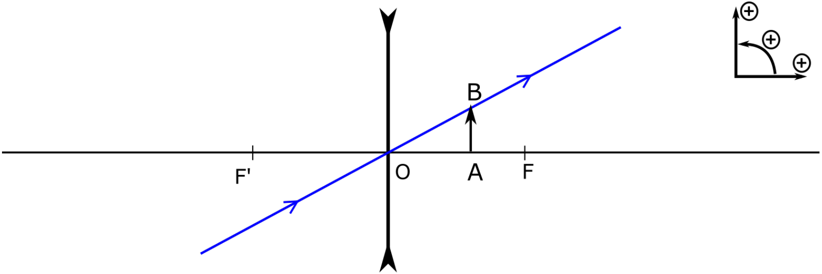
Si $A \in]F', O[$



Objet réel - image virtuelle

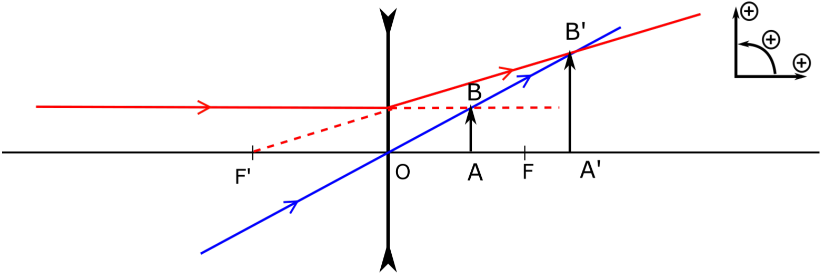
2.6. Construction géométrique dans le cas d'une lentille divergente

Si $A \in]O, F[$



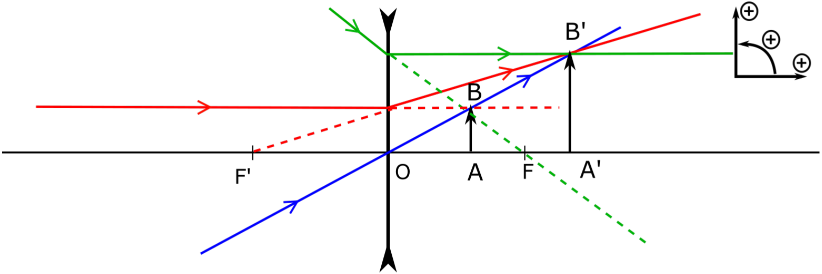
2.6. Construction géométrique dans le cas d'une lentille divergente

Si $A \in]O, F[$



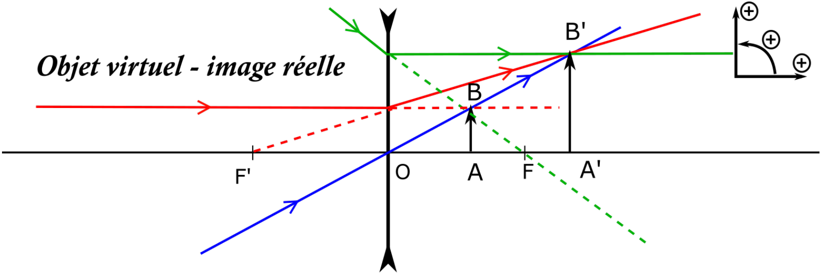
2.6. Construction géométrique dans le cas d'une lentille divergente

Si $A \in]O, F[$



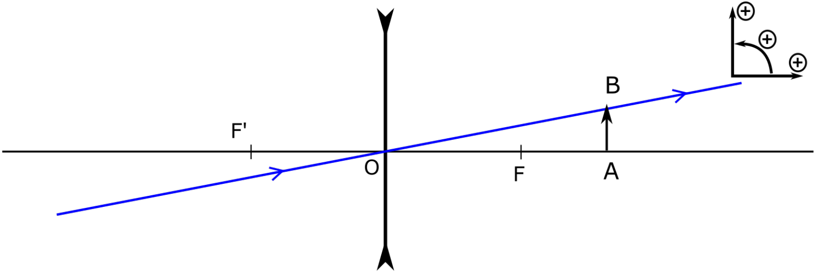
2.6. Construction géométrique dans le cas d'une lentille divergente

Si $A \in]O, F[$



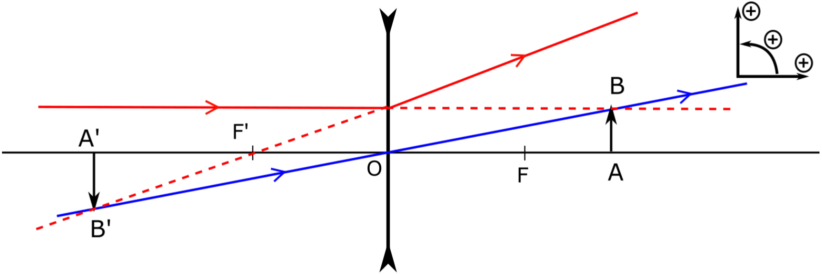
2.6. Construction géométrique dans le cas d'une lentille divergente

Si $A \in]F, +\infty[$



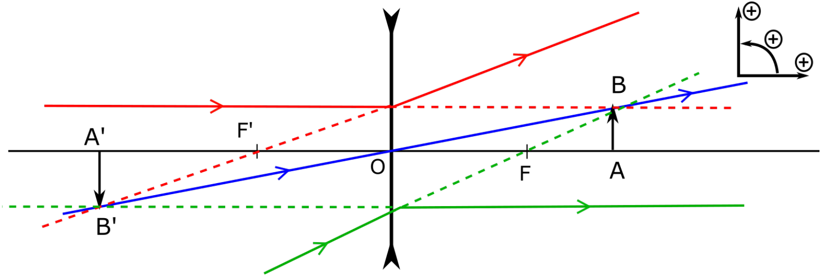
2.6. Construction géométrique dans le cas d'une lentille divergente

Si $A \in]F, +\infty[$



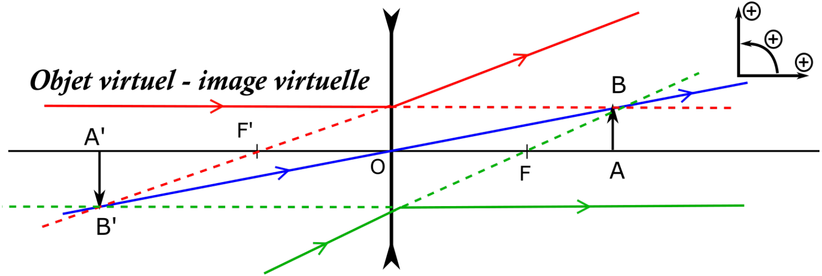
2.6. Construction géométrique dans le cas d'une lentille divergente

Si $A \in]F, +\infty[$

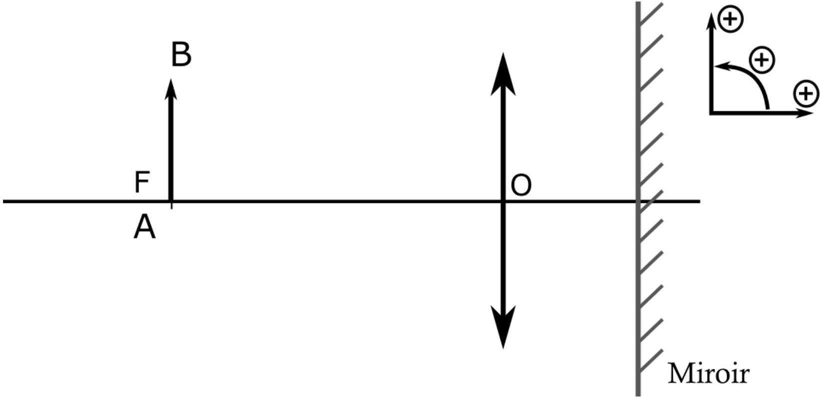


2.6. Construction géométrique dans le cas d'une lentille divergente

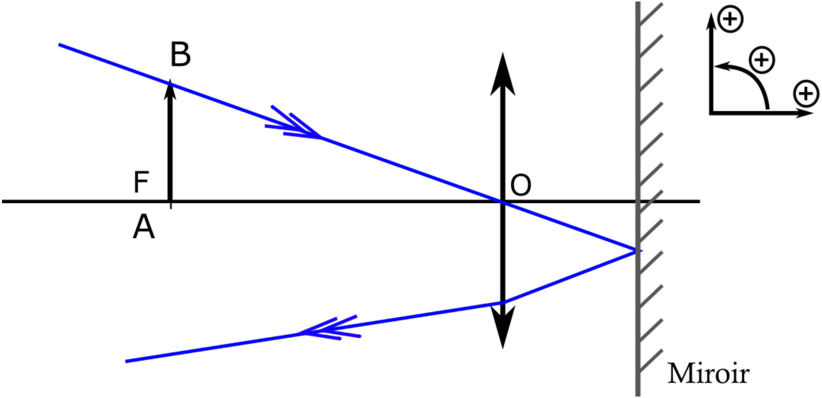
Si $A \in]F, +\infty[$



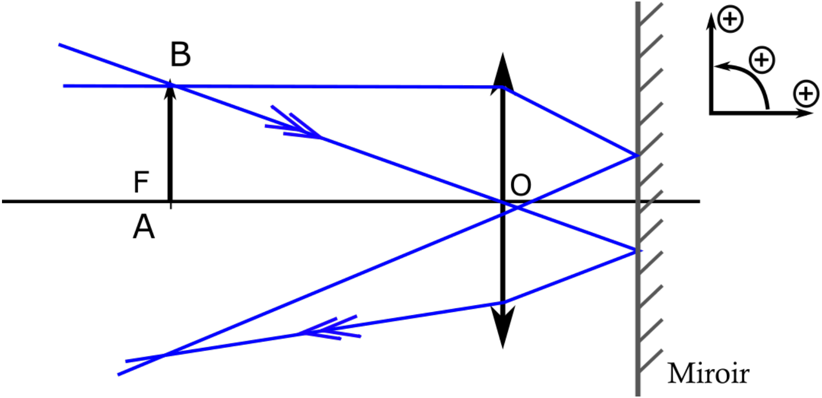
Méthode d'autocollimation.



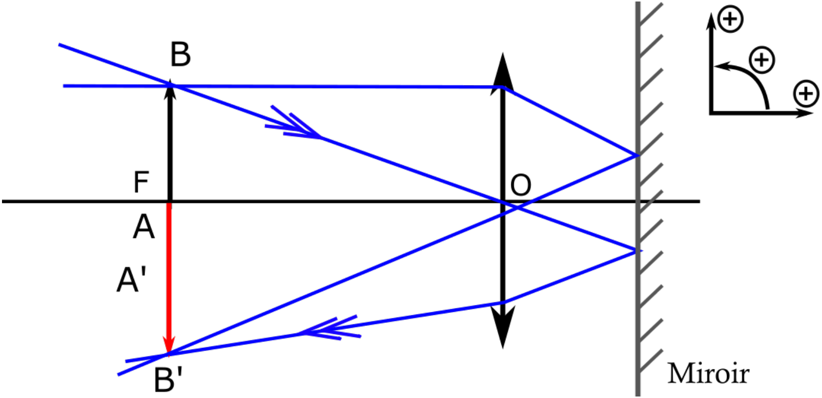
Méthode d'autocollimation.



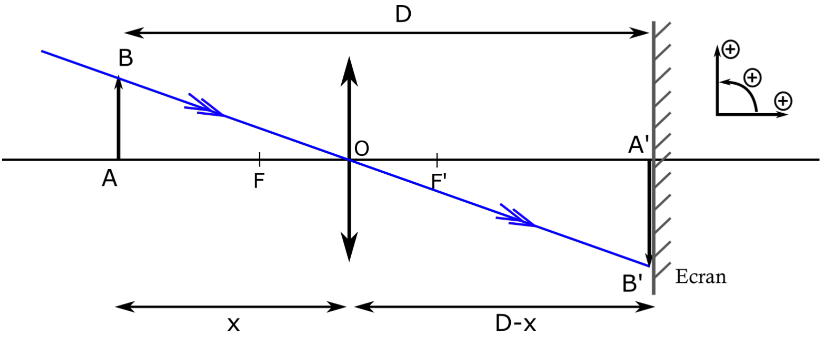
Méthode d'autocollimation.



Méthode d'autocollimation.



Méthode de Bessel.



Deux positions solutions x_1 et x_2

$$\boxed{x_1 = \frac{D + \sqrt{D^2 - 4f'D}}{2}, \quad x_2 = \frac{D - \sqrt{D^2 - 4f'D}}{2}}, \text{ et } x_1 + x_2 = D.$$

Ces solutions sont réelles si et seulement si $\boxed{D > 4f'}$.

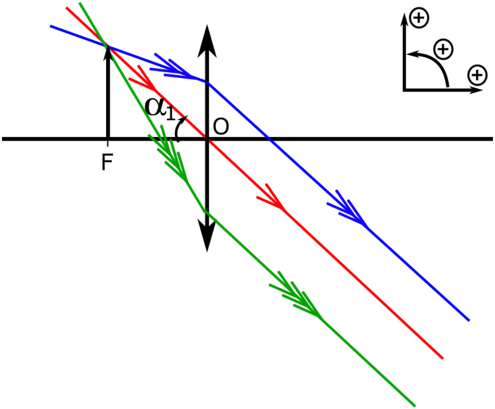
La **méthode de Silbermann** consiste à mesurer expérimentalement x_1 et x_2 pour plusieurs valeurs de D et en déduire par un ajustement f'.

La **méthode de Bessel** consiste à réaliser le cas limite où l'on a une seule solution. Dans ce cas, le grandissement est exactement de $\gamma = -1$ et

$$\boxed{D = 4f'}.$$

Si $D < 4f'$, il n'y a pas de solution, l'image est floue. Si $D = 4f'$, alors $x_1 = x_2 = x_0 = \frac{D}{2}$. La lentille est exactement au milieu, entre objet et écran. Alors la focale vaut $f' = D/4$.

Principe de la loupe.



Une loupe forme l'image d'un objet donné à l'infini. Si l'image est à l'infini, **l'oeil n'accomode pas** (et donc pas de fatigue occulaire).

3.2. La loupe

A l'infini, la taille apparente de l'objet est sa taille **angulaire** correspondant à l'angle α_1, l'angle apparent pour un objet AB vu à travers la loupe. Plus la focale sera petite, plus l'angle apparent sera grand.

On quantifie l'apport de l'instrument d'optique par rapport à l'œil seul. L'angle apparent maximal sous lequel un œil nu peut voir l'objet est lorsque l'objet est le plus près possible de l'œil. La distance minimale objet-œil permettant de former une image nette (l'**accommodation**) est le *ponctum-proximum* d_{pp}. Pour un œil "normal", $d_{pp} = 25$cm. L'angle apparent est alors

$$\boxed{\alpha_{pp} = \frac{\overline{AB}}{d_{pp}}}.$$

3.2. La loupe

Le gain angulaire de la loupe est quantifié par le **grossissement commercial**

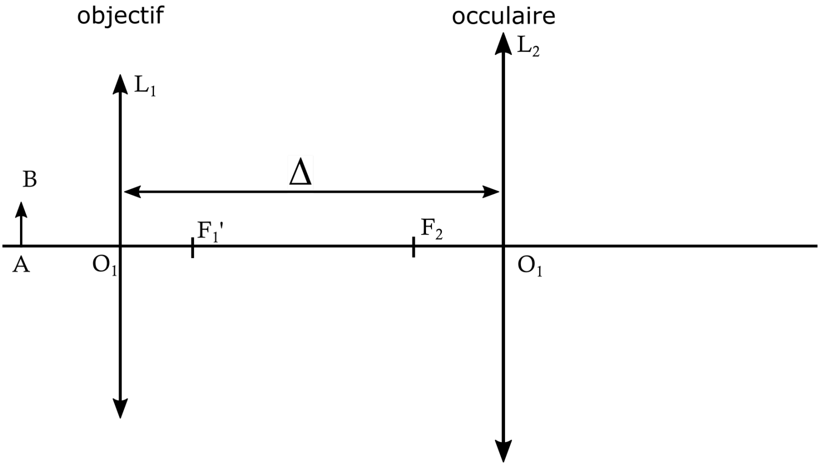
$$\boxed{G_c = \frac{\alpha_1}{\alpha_{pp}}}.$$

Dans le cas d'une loupe, on a un grossissement

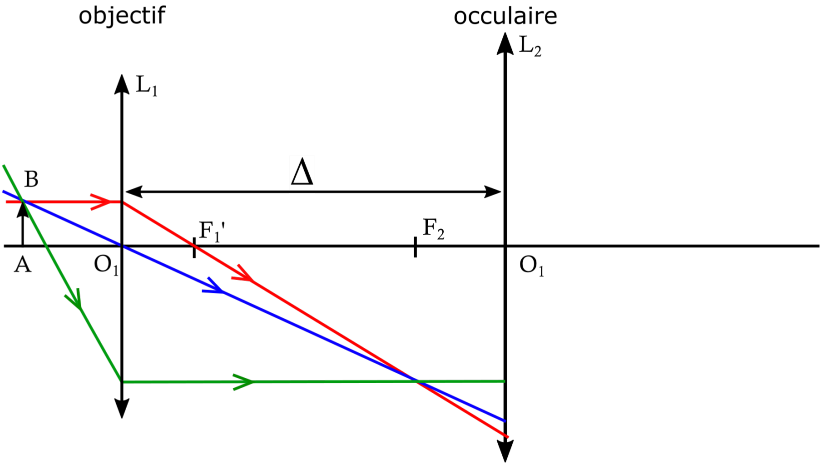
$$\boxed{G_c = \frac{d_{pp}}{f'}}.$$

Plus la focale sera petite, plus l'objet sera "grossi" angulairement.
Par exemple, pour $f' = 2,5$mm, $G_c = 10$: grossissement $10\times$.

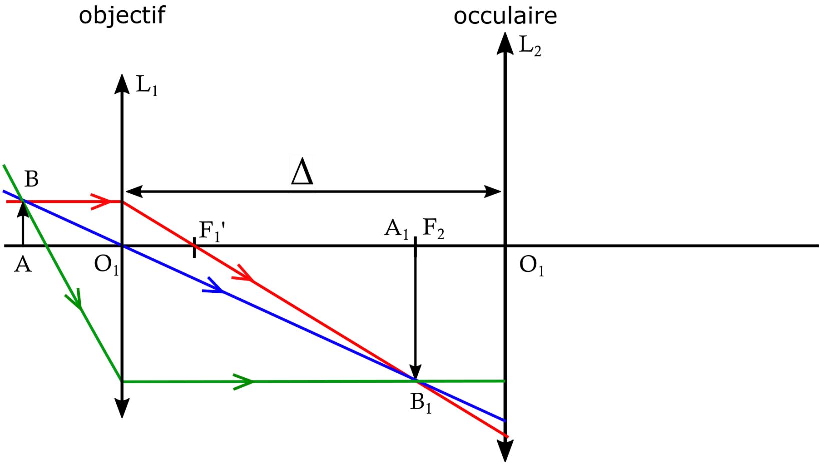
Modélisation d'un microscope.



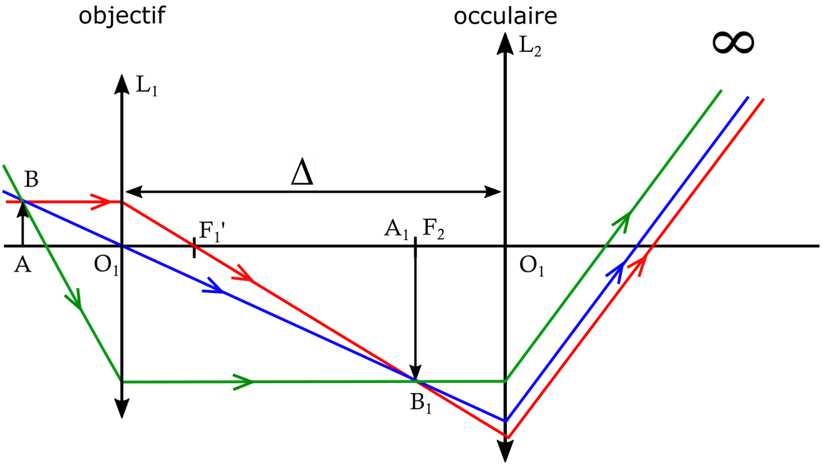
Modélisation d'un microscope.



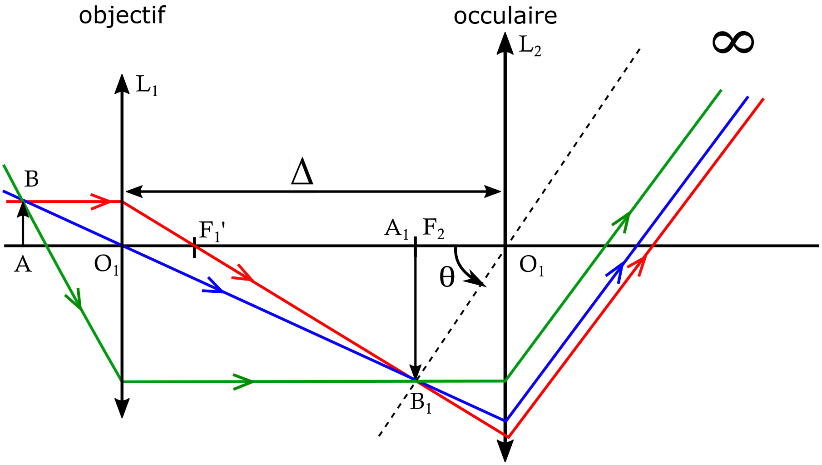
Modélisation d'un microscope.



Modélisation d'un microscope.



Modélisation d'un microscope.



3.3. Le microscope

Le principe du microscope est de réaliser une image intermédiaire A_1B_1 à l'aide de l'objectif, de grandissement transversal γ_1

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{f_1' + f_2' - \Delta}{f_1'}.$$

Cette dernière est observée à travers l'occulaire qui sert de loupe avec un grossissement commercial $G_{c,2}$

$$G_{c,2} = \frac{d_{pp}}{f_2'}.$$

Dans le cas du microscope, son grossissement commercial, noté $G_{\text{micro},c}$, vaut par définition

$$G_{\text{micro},c} = \frac{\frac{\overline{\mathrm{A_1B_1}}}{f_2'}}{\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{d_{pp}}} = \frac{\overline{\mathrm{A_1B_1}}}{\overline{\mathrm{AB}}} \times \frac{d_{pp}}{f_2'}.$$

On retiendra alors que le grossissement commercial du microscope est le produit entre le grandissement de l'objectif et le grossissement commercial de l'occulaire

$$\boxed{G_{\text{micro},c} = \gamma_1 \times G_{c,2}},$$

soit

$$G_{\text{micro},c} = \frac{\left[\Delta - (f_1' + f_2')\right] d_{pp}}{f_1' f_2'}.$$

Valeurs typiques : occulaire $\times 10$, objectif $\times 10$ à $\times 100$ soit un grossissement commercial de $\times 100$. Pour un objet AB$\sim$ 1µm, on a

$$\alpha_{pp} = \frac{10^{-6}}{250 \cdot 10^{-3}} = 4 \cdot 10^{-6}\text{rad},$$

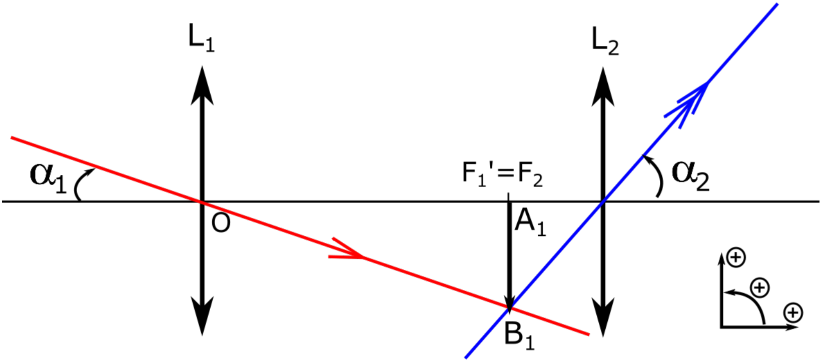
donc $\alpha_1 = 4 \cdot 10^{-4}$rad. Le pouvoir de résolution de l'oeil est de

$$\theta \sim \frac{1}{60}\,\text{deg} = 1' \approx 0,3 \cdot 10^{-3}\text{rad}.$$

Donc avec un objectif $\times 10$ et un occulaire $\times 10$, on peut observer des détails de l'ordre du µm !

3.4. La lunette astronomique

Modélisation d'une lunette astronomique.



Une lunette astronomique permet l'observation **d'objets situés à l'infini**. Pour que l'oeil n'accommode pas, la lunette renvoie l'image à l'infini. Ainsi, **les foyers objet et image sont tous les deux situés à l'infini** : on parle de **système optique afocal**.

On a

$$\alpha_2 = \frac{A_1B_1}{f_2'},$$

et

$$\alpha_1 = \frac{A_1B_1}{f_1'},$$

d'où le grossissement angulaire de la lunette astronomique

$$\boxed{G_{\text{lunette},c} = \frac{f_1'}{f_2'}}.$$