

Moteurs et génératrices électriques

Contents

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Préliminaires | 1 |
| 1.1 | Force de Laplace | 1 |
| 1.2 | Travail des forces de Laplace | 1 |
| 1.2.1 | Puissance | 2 |
| 1.2.2 | Travail | 2 |
| 1.2.3 | Actions mécaniques sur un dipôle | 2 |
| 1.2.4 | Courant alternatif triphasé | 3 |
| 2 | Machines à champ magnétique tournant | 3 |
| 2.1 | Génération d'un champ magnétique tournant | 3 |
| 2.1.1 | Alimentation triphasée | 3 |
| 2.1.2 | Cas d'une alimentation monophasée | 4 |
| 2.2 | Moteur synchrone | 4 |
| 2.2.1 | Couple du moteur synchrone | 4 |
| 2.2.2 | L'alternateur | 5 |
| 2.2.3 | Remarques | 5 |
| 2.3 | Moteur asynchrone | 6 |
| 2.3.1 | Étude électrique du rotor | 6 |
| 2.3.2 | Effets mécaniques | 6 |
| 2.3.3 | Démarrage d'un moteur asynchrone | 7 |
| 2.3.4 | Quelques remarques importantes | 7 |
| 3 | Moteurs à courant continu | 7 |
| 3.1 | Principe général : rotor à une spire | 8 |
| 3.2 | Moteur à N spires | 8 |
| 3.2.1 | Principe de base | 9 |
| A | Petit interlude technique : puissance | 10 |
| A.1 | Puissance active | 10 |
| A.2 | Puissance réactive et apparente | 10 |
| A.3 | Puissance complexe | 10 |
| A.4 | Puissances en régime sinusoïdal de tension et en régime non sinusoïdal de courant | 10 |
| A.4.1 | Expression de la puissance | 10 |
| A.5 | Complément à caractère documentaire | 11 |
| A.5.1 | Méthode de Boucherot | 11 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| A.5.2 | Cas d'une réponse non linéaire | 11 |
| B | Moteurs à courant continu | 11 |
| B.1 | Bobinages réalistes | 11 |
| B.2 | Caractéristiques de fonctionnement (en régime de moteur) | 12 |
| B.3 | Modes d'excitation | 12 |
| B.3.1 | Excitation série | 12 |
| B.3.2 | Excitation parallèle | 13 |
| C | Autres moteurs | 13 |
| C.1 | Le moteur universel | 13 |
| C.2 | Le moteur pas à pas | 13 |

1 Préliminaires

1.1 Force de Laplace

La conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique des moteurs électriques repose sur la force de Laplace¹, subie par un conducteur parcouru par un courant lorsqu'il est placé dans un champ magnétique. Pour un conducteur parcouru par une densité de courant locale \mathbf{j} dans un champ magnétique externe \mathbf{B} , la densité de force correspondante \mathbf{f}_L est alors

$$\mathbf{f}_L = \frac{d\mathbf{F}_L}{d\tau} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}, \quad (1)$$

et pour une distribution filiaire, la force élémentaire d'un fil de longueur dl , parcouru par un courant I dans la direction $d\mathbf{l}$

$$d\mathbf{F}_L = I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}. \quad (2)$$

1.2 Travail des forces de Laplace

La force de Laplace prend son origine dans la force de Lorentz subie par les porteurs de charges. Or, il est "bien connu" que la force de Lorentz "ne travaille pas". On pourrait alors s'étonner du fait que la force de Laplace soit, elle, le moyen d'une conversion d'énergie... Pour lever ce paradoxe, on peut remarquer que la puissance \mathcal{P} résultant de la force de Lorentz s'écrit

$$\mathcal{P} = (q\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (3)$$

où \mathbf{v} est la vitesse des porteurs de charge. En revanche, la puissance de la force Laplace est

$$d\mathcal{P}_L = ((\mathbf{j}d\tau) \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v}, \quad (4)$$

¹ alors que dans les génératrices, le processus inverse repose sur l'induction électromagnétique.

mais cette fois \mathbf{v} est la **vitesse du conducteur** (du réseau cristallin) qui n'a pas de raison d'être colinéaire au courant lui-même.

1.2.1 Puissance

Considérons une modélisation filiaire des courants. La puissance *fournie* par le système électrique est alors

$$d\mathcal{P}_L = d\mathbf{F}_L \cdot \mathbf{v} = I (d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} = -I (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}, \quad (5)$$

où la seconde inégalité est obtenue en exploitant les propriétés du produit mixte². En introduisant le champ électromoteur

$$\mathbf{E}_m \stackrel{\text{déf.}}{=} \mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad (6)$$

et la force électromotrice d'induction

$$de = \mathbf{E}_m \cdot d\mathbf{l}, \quad (7)$$

on obtient alors

$$d\mathcal{P}_L = -Ide. \quad (8)$$

1.2.2 Travail

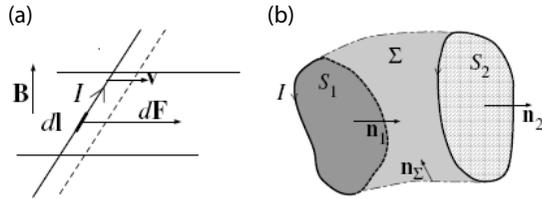


Figure 1: (a) Force de Laplace. (b) Surfaces S_1 , S_2 et Σ définies par le circuit.

On cherche dans cette section à évaluer le travail élémentaire des forces de Laplace $\delta\mathcal{W}$. On introduit $d\mathbf{x} \stackrel{\text{déf.}}{=} \mathbf{v}dt$, pour obtenir

$$\delta\mathcal{W} = I (d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{x} = I (d\mathbf{l} \times \mathbf{x}) \cdot \mathbf{B} = Id\Phi_c, \quad (9)$$

où $d\Phi_c$ est le "flux coupé".

²en l'occurrence $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot \mathbf{a} = (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) \cdot \mathbf{b}$.

Considérons désormais le cas d'un circuit **indéformable**, à **courant constant**. On peut alors exprimer ce travail comme la variation d'une fonction d'état en sommant sur tout un **circuit fermé**, en écrivant

$$\mathcal{W} = I \int_1^2 d\mathbf{x} \cdot \oint d\mathbf{l} \times \mathbf{B} = I\Delta\Phi_c, \quad (10)$$

où le flux coupé total $\Delta\Phi_c$ est le flux total à travers la surface Σ balayée par le circuit et orientée de façon consistante avec le sens du courant I et le sens de déplacement (voir Fig 1). En utilisant la conservation du flux magnétique, on a

$$\Phi_\Sigma + \Phi_{S_1} + (-\Phi_{S_2}) = 0, \quad (11)$$

et donc finalement le résultat "bien connu"

$$\mathcal{W} = I(\Phi_2 - \Phi_1). \quad (12)$$

1.2.3 Actions mécaniques sur un dipôle

Désormais, on introduit une hypothèse supplémentaire en considérant que l'échelle spatiale typique de variation du champ magnétique est grande devant la taille du circuit. Ainsi le champ peut être considéré comme uniforme au niveau du circuit. Il est alors légitime d'assimiler le circuit à son moment dipolaire magnétique (à l'ordre le plus bas) noté \mathbf{M} . De l'équation (12), on obtient son énergie d'interaction avec le champ de la forme $U = -I\Phi$, que l'on peut alors réécrire de la forme

$$U = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{B}. \quad (13)$$

On en déduit alors

$$dU = -\mathbf{M} \cdot d\mathbf{B} - d\mathbf{M} \cdot \mathbf{B} = -\mathbf{M} \cdot (d\mathbf{r} \cdot \nabla) \mathbf{B} - (d\boldsymbol{\theta} \times \mathbf{M}) \cdot \mathbf{B}, \quad (14)$$

où l'on a introduit le déplacement infinitésimal $d\mathbf{r}$ occasionnant la variation de \mathbf{B} , et la rotation infinitésimale $d\boldsymbol{\theta}$ occasionnant la variation de \mathbf{M} . En *remarquant* que l'analyse vectorielle permet d'écrire

$$\mathbf{M} \cdot (d\mathbf{r} \cdot \nabla) \mathbf{B} - d\mathbf{r} \cdot (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{B} = (d\mathbf{r} \times \mathbf{M}) \cdot \text{rot}\mathbf{B} = 0. \quad (15)$$

On en tire alors

$$dU = -\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} - \boldsymbol{\Gamma} \cdot d\boldsymbol{\theta}, \quad (16)$$

où

$$\mathbf{F} = (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{B}, \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\Gamma} = \mathbf{M} \times \mathbf{B}. \quad (17)$$

On retrouve ainsi la force \mathbf{F} subie par le dipôle dans un champ non homogène, et le couple Γ qui tend à orienter le moment dipolaire \mathbf{M} dans le sens du champ³.

C'est d'une certaine façon ce couple qui est à la base des moteurs électriques, et qui permet d'en appréhender la subtilité. En effet, ce couple tend à faire tourner le moment, mais une fois celui-ci convenablement orienté, le couple s'annule et le mouvement cesse !

Il existe alors deux solutions

- faire tourner le champ magnétique en même temps que le dipôle, ce qui est le principe des moteurs à courant alternatifs,
- utiliser la rotation pour modifier la distribution de courants de sorte que l'angle entre le dipôle et le champ ne soit pas modifié, ce qui est le principe des moteurs continus.

1.2.4 Courant alternatif triphasé

La réalisation du champ tournant repose sur l'utilisation d'une alimentation "triphase", qui est la forme industrielle moderne d'alimentation électrique (compter le nombre de fils sur les pylônes HT ou THT). Elle consiste en un ensemble de 4 fils, dont l'un est appelé "neutre" et les trois autres appelés "phases" et portés, par rapport au neutre, à des tensions alternatives de même amplitude, et de phases respectives $\varphi_1 = 0$, $\varphi_1 = 2\pi/3$ et $\varphi_2 = 4\pi/3 = -2\pi/3 [2\pi]$, soit

$$v_p = V_0 \cos(\omega t - \varphi_p), \quad (18)$$

où alors $V_{\text{eff}} = V_0/\sqrt{2}$ est la tension efficace du secteur (220 V dans l'utilisation usuelle). La tension alternative du secteur usuel correspond à une seule phase du triphasé initial.

Un montage est dit "équilibré" lorsque l'on branche trois dipôles de même impédance Z (d'argument ϕ) entre les phases et le neutre (montage en étoile, Fig.(2)), ou bien entre les phases deux à deux (montage en triangle, Fig.(2)). On obtient alors un système de trois courants triphasés, de même intensité efficace $I_0 = I_S/\sqrt{2}$

$$i_p = I_S \cos(\omega t - \varphi_p - \phi), \quad (19)$$

où $I_S = V_0/|Z|$ (triangle) ou bien $I_S = \sqrt{3}V_0/|Z|$ (étoile).

Il est important de noter que le courant total dans le neutre est nul, car la somme de trois grandeurs triphasées est toujours nulle. Ceci présente l'intérêt de réduire d'un facteur 2 les pertes dues à la résistance des lignes de transport de l'énergie électrique, en supprimant le courant "de retour" pour chacune des phases.

³On peut également obtenir ces résultats par sommation directe des forces élémentaires $\mathbf{j}d\tau \times \mathbf{B}$ et des couples élémentaires $\mathbf{r} \times (\mathbf{j}d\tau \times \mathbf{B})$, et exprimer le résultat en fonction du moment dipolaire $\mathbf{M} = \int d\tau \mathbf{r} \times \mathbf{j}/2$, mais le calcul, plus général mais plus difficile, nécessite le recours à l'algèbre tensorielle.

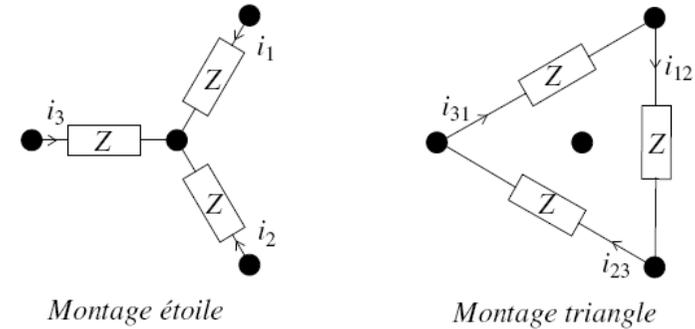


Figure 2: Les deux types de connexions au réseau triphasé.

De la même façon, on montrerait que, si la puissance instantanée sur chacune des phases est sinusoïdale, la puissance totale des trois phases est constante (les composantes sinusoïdales à 2ω se compensent)

$$\mathcal{P}_{\text{tot}} = \mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 + \mathcal{P}_3 = 3V_0I_0 \cos \phi, \quad (20)$$

et ce pour les deux types de branchement.

2 Machines à champ magnétique tournant

2.1 Génération d'un champ magnétique tournant

2.1.1 Alimentation triphasée

On considère une configuration de trois bobines identiques, d'axes coplanaires et réparties à 120° l'une de l'autre. Conformément à la figure (3), ces dernières sont montées sur un noyau de fer identique, permettant d'augmenter l'amplitude du champ magnétique généré au centre (Cf. TD transformateurs). Chacune de ces bobines est alimentée par des tensions triphasées, et donc parcourues par les courants décrits par l'équation (19).

Dans tout ce qui suit, on choisit comme référence de phase le courant traversant la première bobine, et comme origine des angles polaires la direction de la normale à cette bobine.

Le champ magnétique résultant s'écrit alors

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_3 = B_0 (\cos(\omega t) \mathbf{n}_1 + \cos(\omega t - \varphi_2) \mathbf{n}_2 + \cos(\omega t - \varphi_3) \mathbf{n}_3). \quad (21)$$

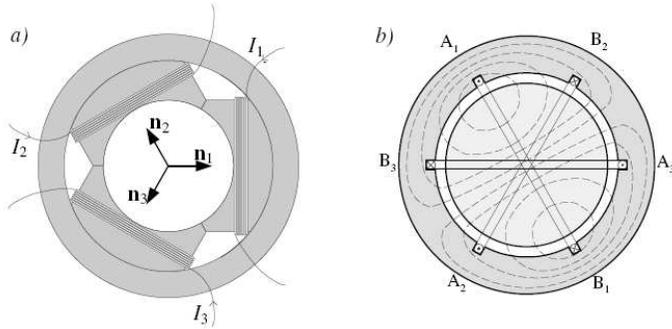


Figure 3: Stator d'une machine à champ tournant ; a) : structure de principe à la base du calcul ; b) : structure plus réaliste, où les centres des trois enroulements sont sur l'axe de symétrie.

On introduit alors les coordonnées cartésiennes $(\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y)$ telles que $\mathbf{u}_x = \mathbf{n}_1$, pour obtenir de manière triviale

$$\begin{cases} \mathbf{n}_2 = -\frac{1}{2}\mathbf{u}_x + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{u}_y, \\ \mathbf{n}_3 = -\frac{1}{2}\mathbf{u}_x - \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{u}_y. \end{cases} \quad (22)$$

Pour simplifier le calcul, introduisons des champs complexes \underline{B} tels que $\mathbf{B} = \text{Re}(\underline{B})\mathbf{u}_x + \text{Im}(\underline{B})\mathbf{u}_y$. On a alors $\underline{n}_1 = 1$, $\underline{n}_2 = e^{2i\pi/3} = j$ et $\underline{n}_3 = e^{4i\pi/3} = j^2$, avec 1, j et j^2 les racines cubiques de l'unité, vérifiant $1 + j + j^2 = 0$. On obtient alors

$$\underline{B} = B_0 \left(\frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} 1 + \frac{e^{i\omega t - i\varphi_2} + e^{-i\omega t + i\varphi_2}}{2} j + \frac{e^{i\omega t - i\varphi_3} + e^{-i\omega t + i\varphi_3}}{2} j^2 \right), \quad (23)$$

$$= \frac{3}{2} B_0 e^{i\omega t}. \quad (24)$$

Cela correspond à un champ tournant dans le sens trigonométrique, de fréquence angulaire ω .

2.1.2 Cas d'une alimentation monophasée

Dans le cas d'un réseau électrique domestique, l'alimentation est monophasée. Cependant, si en considère un champ magnétique oscillant selon la direction \mathbf{u}_x , et peut le

décomposé selon

$$\mathbf{B} = B_0 \cos(\Omega t) \mathbf{u}_x = \frac{B_0}{2} \left(\underbrace{\cos(\Omega t) \mathbf{u}_x + \sin(\Omega t) \mathbf{u}_y}_{\mathbf{u}_-(t) \text{ (sens anti-horaire)}} + \underbrace{\cos(\Omega t) \mathbf{u}_x - \sin(\Omega t) \mathbf{u}_y}_{\mathbf{u}_+(t) \text{ (sens horaire)}} \right). \quad (25)$$

Ce champ est ainsi la superposition de deux champ tournant en sens opposé. De ce fait, il est possible avec une seule bobine de mettre en rotation un moment magnétique à condition de le mettre préalablement en rotation pour qu'il "accroche" un des deux champs magnétique tournants.

2.2 Moteur synchrone

Dans le cas d'une machine dite "synchrone", le rotor est un moment magnétique permanent (aimant ou bobine, avec ou sans noyau de fer). On notera ce dernier \mathbf{M} , que l'on modélisera par un enroulement parcouru par un constant I . Une description plus réaliste sera discutée ultérieurement.

2.2.1 Couple du moteur synchrone

On suppose que le rotor tourne à la vitesse angulaire ω_R , alors que le champ magnétique statorique tourne à la fréquence angulaire ω_S , dont la direction pointe avec l'angle polaire $\theta_S = \omega_S t$. On introduit alors le *retard de phase* α de \mathbf{M} par rapport à \mathbf{B} défini par l'intermédiaire de l'angle polaire de la direction de \mathbf{M} (le rotor) selon $\theta_R = \omega_R t - \alpha$.

À partir de l'expression du couple des forces de Laplace, on obtient immédiatement la valeur *instantanée* du couple Γ_z autour de l'axe de rotation Oz du rotor

$$\Gamma_z = \frac{3}{2} B_0 M \underbrace{(\mathbf{u}(\theta_R), \mathbf{u}(\theta_S), \mathbf{u}_z)}_{\text{produit mixte}}, \quad (26)$$

$$= \frac{3}{2} B_0 M \sin((\omega_S - \omega_R)t + \alpha). \quad (27)$$

Ce moment instantané n'aura une valeur moyenne temporelle non nulle si et seulement si $\omega_R = \omega_S$, d'où le nom de "moteur synchrone". Si cette condition est vérifiée, le couple est alors constant,

$$\Gamma_z = \frac{3}{2} B_0 M \sin \alpha, \quad (28)$$

et positif (*i.e.* couple moteur) si α est positif.

Dans un moteur asynchrone, le moment \mathbf{M} est en retard sur le champ tournant.

Le couple Γ prend sa valeur maximale Γ_M lorsque $\alpha = \pi/2$, *i.e.* quand le champ et le moment magnétique sont en quadrature. Si le moteur est soumis à un couple résistant $-\Gamma_R$, avec $0 < \Gamma_R < \Gamma_M$, le retard α est imposé par la charge mécanique (somme des moments nulle en régime établi).

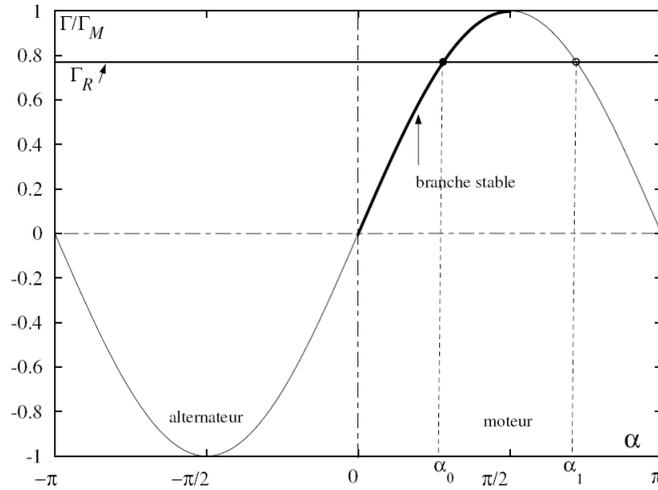


Figure 4: Caractéristique $\Gamma(\alpha)$ d'une machine synchrone.

À un couplage résistant donné, deux retards $\alpha_0 = \arcsin(\Gamma_R/\Gamma_M) < \pi/2$ et $\alpha_1 = \pi - \alpha_0$ sont possibles. Mais il ne suffit pas d'avoir un couple moteur, il faut également que le point de fonctionnement soit stable. Pour vérifier cela, on étudie le comportement d'un point de fonctionnement soumis à une petite perturbation extérieure, *i.e.* une petite fluctuation de α . Le point de fonctionnement sera stable si la réponse correspond à un retour vers le point de fonctionnement initial. Un tel raisonnement permet de conclure à l'existence d'une seule branche stable, pour $\alpha \in [0, \pi/2]$.

Il est utile pour la suite de relier le couple Γ_z au flux magnétique mis en jeu dans le moteur. Soit Φ le flux magnétique du champ tournant dans l'enroulement rotorique de

surface Σ_R , *i.e.*

$$\Phi = \left(\frac{3}{2} B_0 \mathbf{u}(\theta_S) \right) \cdot (\Sigma_R \mathbf{u}(\theta_R)), \quad (29)$$

$$= \frac{3}{2} B_0 \Sigma_R \cos \alpha, \quad (30)$$

$$= \frac{3}{2} \frac{B_0 \Sigma_R}{I_S} I_S \cos \alpha, \quad (31)$$

$$= \frac{3}{2} \mathcal{M} I_S \cos \alpha, \quad (32)$$

où l'on a fait apparaître l'inductance mutuelle $\mathcal{M} = B_0 \Sigma_R / I_S$ entre l'une des bobines du stator et la bobine rotorique lorsqu'elles sont alignées. On peut alors écrire le couple magnétique en fonction du flux maximal $\Phi_{\max} = \frac{3}{2} \mathcal{M} I_S$

$$\Gamma_z = \Phi_{\max} I_R \sin \alpha = \frac{3}{2} \mathcal{M} I_S I_R \sin \alpha. \quad (33)$$

2.2.2 L'alternateur

Le moteur synchrone est réversible, il peut fonctionner en générateur, et on le nomme alors **alternateur**. Le moment magnétique du rotor est la source du champ magnétique, dont le flux dans les enroulements du stator (constitué de trois bobinages qui ne sont plus alignés) est alternatif à cause de la rotation. On obtient donc un ensemble triphasé de forces électromotrices à la fréquence de rotation du rotor. Le rotor est alors appelé *inducteur* et le stator *induit*. Dans ce cas, le couple Γ_r est moteur, donc α est négatif : le moment magnétique est en avance sur le champ magnétique créé par les courants statoriques. Ce mécanisme est effectivement utilisé pour la production d'énergie électrique à partir d'énergie mécanique, le rotor étant mis en mouvement par des turbines à vapeur dans les centrales thermiques ou nucléaires, ou par un moteur à explosion dans les groupes électrogènes portatifs.

2.2.3 Remarques

- Lorsque le rotor est en rotation, il ne voit pas de champ magnétique variable, puisqu'il tourne en même temps que lui. De ce fait, il n'est pas utile de le feuilletter pour réduire les courants de Foucault. Le stator quant à lui est systématiquement feuilletté puisqu'il est soumis à un flux tournant.
- Il faut noter que les motrices de TGV sont équipées de moteurs synchrones, le problème du démarrage étant résolu par un système d'électronique de puissance, consistant en des onduleurs de fréquence variable, et permettant d'établir un asservissement de l'angle interne pour obtenir de façon constante un couple moteur. On parle alors de moteur synchrone *autopiloté*.

2.3 Moteur asynchrone

Le moteur asynchrone est un moteur à champ tournant, possédant un certain nombre de similitudes avec le moteur synchrone, mais dans lequel le rotor a une fréquence légèrement inférieure à celle du champ tournant. Le rotor, constitué d'une bobine en **court-circuit**, est alors parcouru par un courant **induit**, sur lequel agit le champ tournant statorique.

On se place dans le même cadre simplifié que pour l'étude du moteur synchrone, avec un rotor constitué d'une simple bobine ayant la forme d'une spire, caractérisée par sa surface $\Sigma = \Sigma_R \mathbf{u}(\theta_R)$, où $\mathbf{u}(\theta_R)$ est le vecteur unitaire repéré par l'angle $\theta_R(t) = \omega_R t$ (l'origine des temps est choisie de manière à ce que $\theta_R(0) = 0$).

2.3.1 Étude électrique du rotor

Soit $\phi(t)$ le flux magnétique instantané à travers la bobine rotor, que l'on peut écrire sous la forme

$$\phi(t) = \frac{3}{2} B_0 \mathbf{u}(\theta_S) \cdot \Sigma \mathbf{u}(\theta_R) = \Phi_0 \cos(\omega_g t), \quad (34)$$

où $\Phi_0 = 3B_0 \Sigma_R / 2$ est le flux maximal, et ω_g est la "vitesse de glissement" (ou "glissement" tout court) définie selon

$$\omega_g = \omega_S - \omega_R. \quad (35)$$

La force électromotrice induite $e_R(t)$ dans le rotor est donc une fonction sinusoïdale du temps, de pulsation ω_g .

En effet,

$$e_R(t) = -\frac{d\phi}{dt} = \omega_g \Phi_0 \sin(\omega_g t). \quad (36)$$

Le courant induit aura donc lui-même une telle dépendance en temps, et on peut écrire les relations suivantes pour les amplitudes complexes

$$\underline{e}_R = (R + iL\omega_g) \underline{I}_R, \quad (37)$$

soit

$$\underline{I}_R = -i \frac{\omega_g \Phi_0}{Z_R}, \quad (38)$$

où l'on a introduit la résistance R et l'inductance L de la bobine rotorique, avec comme toujours $R \ll L\omega_S$ pour une bobine bien conçue. Par contre, l'impédance complexe doit être à la fréquence de glissement, soit

$$Z_R = R + iL\omega_g = |Z| e^{i\gamma}, \quad (39)$$

avec

$$|Z| = \sqrt{R^2 + L^2 \omega_g^2}, \quad \text{et} \quad \tan \gamma = \frac{L\omega_g}{R}. \quad (40)$$

En revenant aux notations réelles, ce qui est indispensable pour la suite, on obtient donc

$$i_R(t) = \frac{\omega_g \Phi_0}{|Z|} \sin(\omega_g t - \gamma). \quad (41)$$

Grâce à ce courant le rotor acquiert un moment magnétique

$$\mathbf{M} = \frac{\omega_g \Phi_0}{|Z|} \sin(\omega_g t - \gamma) \Sigma_R \mathbf{u}(\theta_R), \quad (42)$$

qui varie dans le temps à la fois à cause de la rotation à ω_R et de la modulation du courant i_R à la vitesse de glissement.

2.3.2 Effets mécaniques

Ce moment magnétique est soumis à un couple mécanique dont le moment par rapport à l'axe s'écrit, en utilisant le produit mixte $(\mathbf{u}(\theta_R), \mathbf{u}(\theta_S), \mathbf{u}_z) = \sin(\omega_g t)$

$$\Gamma_z = (\mathbf{M} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{u}_z = \frac{\Phi_0^2 \omega_g}{|Z|} \sin(\omega_g t - \gamma) \sin(\omega_g t), \quad (43)$$

soit en valeur moyenne

$$\langle \Gamma_z \rangle = \frac{\Phi_0^2 \omega_g \cos \gamma}{|Z|} \frac{1}{2} = \frac{\Phi_0^2 \omega_g}{|Z|} \frac{R}{2|Z|}, \quad (44)$$

donc finalement

$$\langle \Gamma_z \rangle = \frac{\Phi_0^2}{2} \frac{R \omega_g}{R^2 + L^2 \omega_g^2}. \quad (45)$$

Ce couple est donc donné par une "fonction de dispersion" en ω_g , qui s'annule bien sûr au synchronisme (voir Fig. (5)). On constate qu'elle possède un maximum caractérisé par

$$\Gamma_M = \frac{\Phi_0^2}{4L} \quad \text{et} \quad g_M \stackrel{\text{def.}}{=} \frac{\omega_g}{\omega_S} = \frac{R}{L\omega_S} \ll 1. \quad (46)$$

Ceci montre que le couple maximum est indépendant de la résistance R mais que la fréquence de rotation pour laquelle il est obtenu est d'autant plus proche de ω_S que R est faible. Dans la pratique, le glissement g donnant ce couple maximum est de l'ordre de quelques %. Comme on le voit sur la figure(5), la courbe $\Gamma(\omega_R)$ est alors très piquée autour de la valeur donnant le couplage maximum, elle-même très proche de la fréquence secteur.

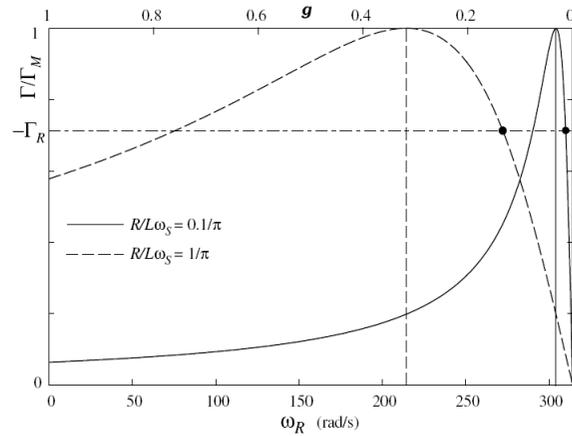


Figure 5: Graphe du couple mécanique en fonction de la vitesse angulaire ou du glissement (échelle du haut). Les points de fonctionnement stables sont marqués par un cercle.

Un autre point important de cette courbe est la valeur obtenue pour le couple de démarrage qui peut s'écrire (avec $\omega_g = \omega_s$)

$$\Gamma_0 \simeq \frac{\Phi_0^2}{2} \frac{R}{L\omega_s} = 2\Gamma_M g_M, \quad (47)$$

qui est donc très faible : nous verrons plus loin comment résoudre ce problème.

On voit encore sur la courbe que, si on impose un couple résistant $-\Gamma_R$ inférieur en norme à Γ_M , on a a priori deux valeurs d'équilibre pour ω_R . La première est inférieure à ω_M et est instable : une diminution de ω_R induit une diminution du couple, donc une nouvelle diminution de ω_R et le moteur s'arrête. Au contraire, une infime augmentation de ω_R va conduire le moteur à accélérer et dépasser ω_M . Par contre, celle obtenue pour $g_M < g < 1$ est stable, puisqu'une fluctuation de ω_R donne lieu à une variation de Γ de signe opposé, qui ramène le moteur vers son point d'équilibre.

2.3.3 Démarrage d'un moteur asynchrone

La figure (5) montre l'évolution du couple mécanique. Le couple atteint un maximum $\Gamma_{max} = \frac{\Phi_0^2}{4L}$ pour $g_M = \frac{R}{L\Omega}$. Au démarrage, i.e. $\omega_R = 0$ et $\omega_g = \Omega$, le couple est non nul et vaut

$$\Gamma_0 = \frac{\Phi_0^2}{2} \frac{R\Omega}{R^2 + L^2\Omega^2}$$

De ce fait le moteur asynchrone n'a pas, a priori, de problème de démarrage. Toutefois ce couple est en général faible du fait que $\frac{R}{L\Omega} = 2\Gamma_{max}g_M \ll 1$. Il faut donc augmenter ce rapport en augmentant la résistance du rotor pour atteindre un couple qui permet le démarrage, cette résistance est ramenée à 0 après le démarrage. On peut trouver dans certains moteurs un système rhéostatique intégré au rotor et commandé par la force centrifuge.

2.3.4 Quelques remarques importantes

1. Le couple que l'on a déterminé avec le modèle à une spire que nous venons de considérer est dépendant du temps. Cela vient du fait que ce modèle ne respecte pas la symétrie du stator composé de 3 bobines. Un rotor avec trois bobines identiques positionnées à 120° l'une de l'autre correspond à la configuration la plus simple respectant la symétrie. Dans ce cas en sommant les moments magnétiques de chaque bobine dans le référentiel du rotor on obtient un moment résultant qui tourne à la fréquence ω_g , donc dans le référentiel du stator M tourne à la fréquence ω_s , comme dans le moteur synchrone. Le couple développé est alors constant dans le temps - ce qui est avantageux pour les applications - et égal à 3 fois le couple moyen obtenu précédemment.
2. Le moteur synchrone ne peut démarrer seul, tandis que le moteur asynchrone le peut. Pour résoudre ce problème on peut placer sur le rotor de la machine synchrone des barres métalliques reliées par des couronnes, celles-ci jouent le rôle de cage d'écureuil, donc de machine asynchrone qui assure le démarrage du moteur. Une fois le synchronisme atteint le couple qui s'exerce sur cette cage devient nul.
3. Les moteurs asynchrones sont les plus répandus dans le domaine des moyennes puissances, du fait de leur faible rapport prix/puissance. On les trouve dans toutes les applications industrielles et domestiques correspondantes : machines outils, congélateurs, machines à laver, pompes diverses, etc... Par contre les machines asynchrones sont très peu utilisées en génératrices, même si cela est théoriquement possible (si le glissement devient négatif).

3 Moteurs à courant continu

La stratégie des moteurs continus consiste, dans un champ statorique \mathbf{B} constant, à utiliser la rotation pour commuter les courants dans les conducteurs rotoriques, de telle sorte que le moment magnétique associé reste à peu près orthogonal au champ magnétique, et donc engendrer continuellement un moment moteur.

3.1 Principe général : rotor à une spire

Nous commençons par étudier le cas (purement de principe) où le rotor comporte une seule spire, formée de deux conducteurs diamétralement opposés. Si ces deux conducteurs sont parcourus par un même courant I_R en sens contraire, les forces de Laplace qu'ils subissent forment un couple, proportionnel au courant et à la composante radiale du champ magnétique, dont la variation avec l'angle est approximativement sinusoidale (Cf. Fig. (6)). Au cours de la rotation, celle-ci change de signe, et donc le couple également.

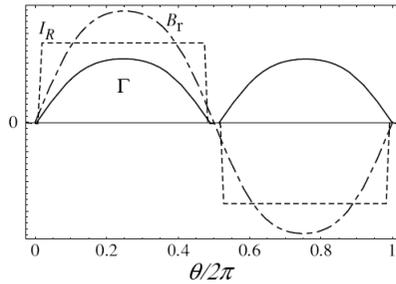


Figure 6: Champ radial, courant et couple, en fonction de l'angle pour un moteur à une spire.

C'est là qu'intervient le système collecteur-balais (le collecteur est ici une simple bague divisée en deux électrodes) : lors du passage des conducteurs par la "ligne neutre" - *i.e.* l'annulation de la composante radiale du champ responsable du couple - le courant I_R est interrompu, et rétabli dans l'autre sens. Cela permet de garder à tout instant un couple de même signe, bien que variant fortement dans le temps. Si a est le rayon du rotor, h sa longueur, en assimilant la variation de B_r à une sinusoïde d'amplitude B_0 , et en utilisant le facteur de forme $2/\pi$ du sinus redressé, on obtient

$$\langle \Gamma \rangle = 2 \times \frac{2}{\pi} (B_0 I_R h) a \approx \frac{2}{\pi} \Phi_0 I_R, \quad (48)$$

où Φ_0 est le flux sortant du pôle nord et entrant dans le pôle sud du stator, et coupé par les deux conducteurs, soit la spire de surface $2ah$. Cette expression serait valable même sans les approximations précitées, à condition de remplacer le facteur de forme $2/\pi$ par une constante sans dimension K convenable, du même ordre de grandeur.

Force électromotrice : Les deux conducteurs de la spire sont évidemment le siège d'une force électromotrice induite

$$e = 2 \times ((a\omega_R) B_r) h, \quad (49)$$

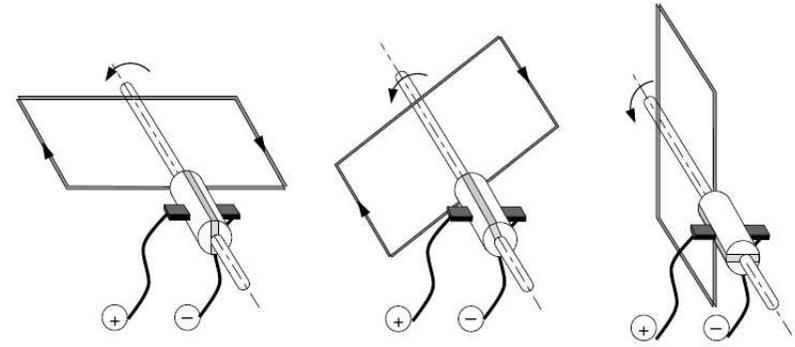


Figure 7: Schéma de principe pour le collecteur à deux lames discuté dans le texte; Les trois états se succèdent au cours d'un quart de période, le troisième correspond à l'instant de commutation.

variant selon une loi temporelle analogue à celle du champ magnétique. Le système collecteur-balais permet alors de redresser cette force électromotrice, conduisant à la valeur moyenne non nulle

$$E \stackrel{\text{def}}{=} \langle e \rangle = \frac{2}{\pi} \Phi_0 \omega_R. \quad (50)$$

Cette f.e.m. est de façon logique opposée au courant I_R parcourant la spire et responsable du couple moteur. La puissance électrique reçue du générateur est donc (en négligeant les pertes résistives ou d'hystérésis)

$$\mathcal{P}_E = EI_R = \Phi_0 I_R \omega_R, \quad (51)$$

laquelle coïncide bien sûr avec la puissance mécanique fournie

$$\mathcal{P}_M = \Gamma \omega_R = \Phi_0 I_R \omega_R. \quad (52)$$

Dynamo génératrice : Cette force électromotrice induite est à la base de la dynamo (génératrice de courant continu). Le rotor n'est alors pas connecté à un générateur, mais à une charge : la force électromotrice engendre alors un courant circulant dans le sens de E , qui se traduit par un couple résistant. Il y a donc transfert de puissance mécanique vers la dynamo, et transfert de puissance électrique vers la charge électrique.

3.2 Moteur à N spires

Dans la pratique, la forte modulation du couple et de la f.e.m. induite ne sont pas tolérables. Il est donc souhaitable d'utiliser un plus grand nombre de conducteurs rotoriques, distribués de façon à réduire l'importance des ondulations. Un premier pas

consiste à ajouter une deuxième spire à 90° de la première, de telle sorte que les annulations de $\Gamma(t)$ pour une paire de conducteurs coïncident avec les maxima de la seconde. C'est à peu près le cas pour un rotor bipolaire bobiné, comme dans le "modèle" disponible en TP.

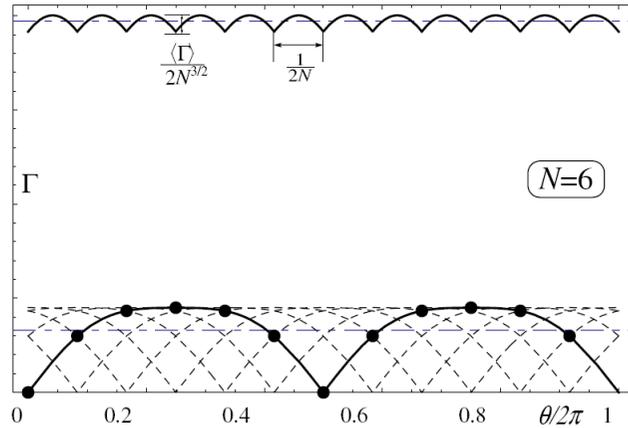


Figure 8: Couples par spire et couple total pour un ensemble de $2N = 12$ conducteurs, soit 6 spires. Les droites en tirets alternés représentent les valeurs moyennes, pour 1 spire et pour N spires.

3.2.1 Principe de base

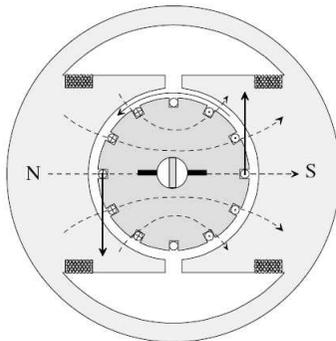


Figure 9: Schéma de principe d'un moteur à courant continu.

Plus généralement, la configuration convenable est celle où $2N$ conducteurs (soit N spires) sont équi-répartis sur la circonférence (comme suggéré sur la figure 9, pour $N = 6$). On peut constater alors que les couples $\Gamma_p(t)$ et $e_p(t)$ successifs se déduisent par un simple déphasage de $\phi = 2\pi/N$, soit un délai $\tau = F/N$, comme le montre la figure 8, pour $N = 6$. La courbe continue inférieure représente $\Gamma_1(t)$, et les courbes tiretées les $\Gamma_p(t)$ suivants ; la courbe supérieure est la somme des courbes inférieures et représente le couple total résultant. Les points sur la courbe $\Gamma_1(t)$ montrent les contributions de chacun des $2N = 12$ conducteurs, à l'instant de la commutation du conducteur 1.

Compléments

A Petit interlude technique : puissance

A.1 Puissance active

La puissance moyenne consommée en régime sinusoïdale par un dipôle d'impédance $\underline{Z} = Ze^{i\varphi}$ porte le nom de **puissance active**. Elle a pour expression

$$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi = \frac{U_{\text{max}} U_{\text{max}}}{2} \cos \varphi, \quad (53)$$

où X_{eff} est la valeur efficace de la grandeur X .

A.2 Puissance réactive et apparente

Le théorème de Boucherot permet, en régime sinusoïdal de tension et de courant, de calculer la puissance totale consommée par une installation électrique comportant plusieurs dipôles de facteur de puissance divers, ainsi que le courant total appelé dans cette installation. Cette méthode permet de faire des calculs selon un formalisme de type vectoriel sans utiliser la représentation de Fresnel plus lourde lorsque l'on est en présence de nombreux dipôles.

Pour appliquer cette méthode, il est nécessaire de créer deux intermédiaires de calcul qui n'ont pas véritablement de sens physique :

La puissance apparente notée S est égale au produit des valeurs efficaces :

$$S \stackrel{\text{def.}}{=} U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}, \quad (54)$$

en Volt Ampère ou VA.

C'est en général cette puissance qui est indiqué sur la carcasse des moteurs comme puissance maximale admissible et a fortiori exprimée en VA.

La puissance réactive notée Q , est telle que

$$Q \stackrel{\text{def.}}{=} U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin \varphi, \quad (55)$$

en Volt Ampère Réactif ou var.

Les unités sont différentes des watts alors qu'elles sont homogènes à une puissance afin de respecter le principe physique qui autorise d'additionner des grandeurs de mêmes unités. En effet additionner des puissances actives avec des puissances réactives ou apparentes n'a aucun sens physique.

Les trois puissances sont liées par la relation :

$$S^2 = P^2 + Q^2. \quad (56)$$

Soit un dipôle dont l'impédance complexe s'écrit

$$\underline{Z} = R + iX. \quad (57)$$

On a alors

$$P = RI^2, \quad Q = XI^2 \quad S = |\underline{Z}| I^2. \quad (58)$$

A.3 Puissance complexe

La puissance complexe est un outil mathématique de traitement des puissances électriques à l'aide de la transformation complexe.

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^*, \quad (59)$$

et

$$\underline{S} = P + iQ, \quad (60)$$

où P est la puissance active et Q la puissance réactive.

A.4 Puissances en régime sinusoïdal de tension et en régime non sinusoïdal de courant

Ce cas est très important : la distribution de l'électricité se fait en régime sinusoïdal de tension à la fréquence ω , mais une grande quantité des récepteurs utilisés par les particuliers ou les industriels appellent des courants non-sinusoïdaux du fait des convertisseurs de l'électronique de puissance qui sont utilisés pour les alimenter, et éventuellement des noyaux ferromagnétiques dans le cas des moteurs, génératrices et transformateurs.

A.4.1 Expression de la puissance

Dans l'expression générale de la puissance instantanée

$$\mathcal{P}(t) = u(t)i(t), \quad (61)$$

on substitue la décomposition en séries de Fourier de l'intensité, la tension étant supposée sinusoïdale, ne contenant qu'un seul harmonique de valeur efficace U_{eff} . On a alors

$$i(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} I_n \cos(n\omega t + \varphi_n), \quad (62)$$

avec $I_{\text{eff}} = I_1/\sqrt{2}$. La puissance active est alors la valeurs moyenne de la puissance instantanée : seul les produits de termes de même fréquence ont une valeur moyenne non nulle. La puissance active est donc

$$P = \langle \mathcal{P}(t) \rangle = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}. \quad (63)$$

Ainsi, seul le premier harmonique (le fondamental) transporte la puissance active.

A.5 Complément à caractère documentaire

Cette section n'est que documentaire, pour toute personne cherchant à savoir pourquoi diable les puissances apparente et réactive sont introduites en électrotechnique.

A.5.1 Méthode de Boucherot

La méthode de Boucherot permet, en régime sinusoïdal, de calculer la puissance totale consommée par une installation électrique comportant plusieurs dipôles électriques de facteur de puissance divers, ainsi que l'intensité totale appelée.

Lors de l'étude d'une installation électrique, on considère les quantités suivantes :

- la puissance totale consommée, *i.e.* le coût,
- l'intensité nécessaire, et donc la calibration des câbles, disjoncteurs,...
- le choix de condensateurs pour limiter la puissance réactive, et limiter les pertes de la ligne d'alimentation (imposé par EDF).

En pratique, pour chaque dipôle i , on calcul la puissance active P_i et Q_i , et on obtient ainsi la consommation totale

$$P_T = \sum_i P_i \text{ et } Q_T = \sum_i Q_i. \quad (64)$$

On en déduit $S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$ et donc l'intensité totale

$$I_T = \frac{S_T}{U}. \quad (65)$$

En France, pour les installations alimentées en haute tension, la partie réactive Q est gratuite tant qu'elle est inférieure⁴ à $0.4P_T$. L'excédent est facturé pendant les heures pleines en hiver. En pratique, on rajoute des condensateurs pour diminuer la puissance réactive.

⁴Décret n°2002-1014 du 19 juillet 2002, fixant les tarifs d'utilisation des réseaux publics de transport et de distribution d'électricité.

A.5.2 Cas d'une réponse non linéaire

Dans le cas d'un courant à plusieurs composantes spectrales (éq.(62)), la puissance active est alors

$$P = U_{\text{eff}} \frac{I_1}{\sqrt{2}} \cos \varphi_1. \quad (66)$$

La puissance apparente S peut s'écrire alors

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2} \quad (67)$$

où

$$Q = U_{\text{eff}} \frac{I_1}{\sqrt{2}} \sin \varphi_1. \quad (68)$$

est la puissance réactive et

$$D = \sqrt{\frac{U_{\text{eff}}^2}{2} \sum_{n=2}^{+\infty} I_n^2} = \sqrt{\frac{U_{\text{eff}}^2}{2} I_h^2} \quad (69)$$

est appelée *puissance déformante*, avec

$$I_h = \sqrt{\sum_{n=2}^{+\infty} I_n^2} \quad (70)$$

est la valeur efficace de l'ensemble des harmoniques supérieures à 1 du courant.

B Moteurs à courant continu

B.1 Bobinages réalistes

Nous ne détaillerons pas dans ce qui suit les différentes méthodes de bobinages. On peut réaliser des bobinages multipolaires ($2p$ pôles) en étoiles, composés de plusieurs "voies d'enroulement" parallèles (voir Fig. (??)), où $2a$ spires équivalentes formes des plans parallèles. On peut montrer que pour un moteur possédant $2N$ conducteurs actifs, $2a$ voies d'enroulement, et $2p$ pôles, les équations (48) et (50) peuvent alors se généraliser selon

$$E = K \frac{p}{a} \Phi_0 \Omega \text{ et } \Gamma = K \frac{p}{a} \Phi_0 I_R, \quad (71)$$

où K est une constante du moteur, proche de N/π , Ω la vitesse de rotation du moteur, Φ_0 le flux sous l'un des pôles du stator, et I_R le courant total traversant le rotor.

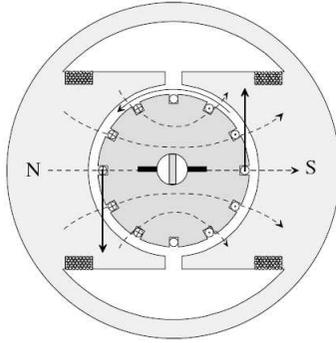


Figure 10: Schéma de principe d'un moteur à courant continu.

B.2 Caractéristiques de fonctionnement (en régime de moteur)

Pour alléger les expressions, nous nous plaçons ici dans le cas générique $a = p = 1$. Nous supposons aussi que la réaction d'induit (effet du champ magnétique rotorique) est parfaitement compensé (en particulier par un positionnement adéquat des balais).

La résistance R de l'induit est généralement très faible, afin de réduire les pertes. Elle n'est cependant pas nulle, et affecte les propriétés mécaniques de la façon suivante : avec l'équation de fonctionnement $U = RI_R + E$ (nous avons toujours considéré la valeur absolue de E , qui est opposée à I_R), et $\Omega = E/K\Phi$, on obtient la loi

$$\Omega = \frac{U}{K\Phi} - \frac{RI_R}{K\Phi} = \Omega_0 - \frac{RI_R}{K\Phi}, \quad (72)$$

la pente de cette loi linéaire est généralement faible.

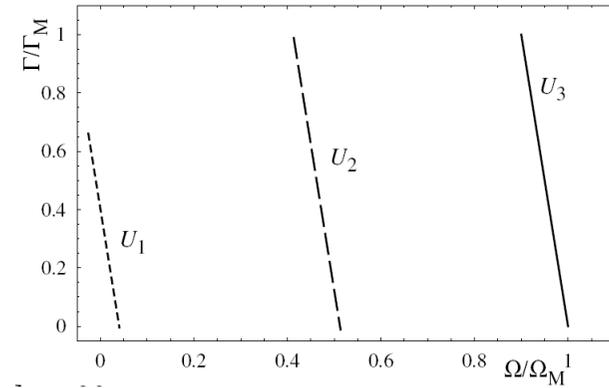
La vitesse du moteur continu est donc essentiellement imposée par sa tension d'alimentation.

Toutefois le courant I_R est, lui, directement proportionnel au couple par la loi

$$I_R = \frac{\Gamma}{K\Phi}, \quad (73)$$

et on en déduit la caractéristique $\Gamma(\Omega)$, représentée pour différentes tensions sur la figure (11), Γ_M étant fixé par l'intensité rotorique maximale, et Ω_M par la tension maximale. Notons que la pente négative de cette caractéristique assure la stabilité de tous les points de fonctionnement.

Ces caractéristiques, très différentes de celles obtenues précédemment, permettent un contrôle indépendant de la vitesse et du couple, et font tout l'intérêt des moteurs continus, pour les machines-outils, le levage (pour U_1 : couple important couple important à vitesse nulle), etc...

Figure 11: Caractéristique mécanique d'un moteur continu ($U_1 < U_2 < U_3$).

B.3 Modes d'excitation

Les moteurs considérés jusqu'ici sont des moteurs à excitation séparée : un générateur auxiliaire impose le courant et donc le flux dans les enroulements statoriques. Comme nous l'avons vu, c'est un mode de fonctionnement particulièrement flexible. Toutefois, on utilise aussi beaucoup les modes d'excitation "série" et "parallèle" ("moteur shunt"), que nous allons décrire succinctement.

B.3.1 Excitation série

Dans ce mode, un même générateur alimente le stator et le rotor connectés en série. Le flux Φ est alors lui-même proportionnel au courant I_R . On en déduit aisément les lois

$$E = K'\Omega I_R \quad \text{et} \quad \Gamma = K' I_R^2. \quad (74)$$

Si, comme c'est généralement le cas, on peut négliger la chute de tension résistive $(R_S + R)I_R$ devant la f.e.m., on a $U \approx E$. On en déduit alors **la loi approchée**

$$\Gamma = \frac{U^2}{K'} \frac{1}{\Omega^2}, \quad (75)$$

valable si la vitesse, et donc la f.e.m., n'est pas trop petite. Notons qu'il est en outre indispensable d'utiliser de démarrage pour limiter le courant, car la f.e.m. étant initialement nulle, le courant appelé pourrait être destructeur.

Ce mode de fonctionnement, assurant un couple maximal à vitesse réduite, est particulièrement adapté à des équipements de puissance requérant cette propriété : laminoirs, démarreur automobile, traction électrique...

Inversement, une telle machine ne peut fonctionner à vide, car la vitesse dépasserait la limite admissible : il est alors indispensable de réduire fortement la tension.

B.3.2 Excitation parallèle

Lorsque le rotor et le stator sont alimentés en parallèle par la même source de tension U , le stator appelle toujours le même courant $I_S = U/R_S$, et le flux Φ est donc proportionnel à U (on néglige la réaction d'induit). Comme par ailleurs, on a $U \approx E = K' I_R \Omega$, cela impose la vitesse de rotation. Le couple moteur vaut alors

$$\Gamma = \frac{K' U^2}{R_S} \frac{1}{\Omega} \quad (76)$$

qui à Ω faible, peut prendre des valeurs élevées, quoique moindres que dans le cas du moteur-série. L'intérêt de ce montage consiste dans un réglage de vitesse indépendante de la charge, et qui peut être réglée en jouant simplement sur un rhéostat inclus dans le circuit statorique. De ce fait, à tension constante, la vitesse ne dépend pas de la charge, ce qui est très utile dans les machines outils, au moment où l'on "attaque" la pièce à usiner. Hormis ce point, en utilisant deux rhéostats indépendants, dans chacun des deux circuits, on se rapproche beaucoup du mode d'excitation indépendante.

C Autres moteurs

C.1 Le moteur universel

Il s'agit d'un moteur continu à excitation série, utilisé en alternatif. Les courants d'induit et d'inducteur changeant de signe simultanément, le couple reste de signe constant. Il suffit alors de feuilleter les composants du circuit magnétique pour limiter les pertes par courants de Foucault. Son grand couple à faible vitesse, pour une puissance moyenne restant limitée, en fait un composant d'usage très répandu : tous les appareils électroménagers et outillage de faible puissance sont fondés sur de tels moteurs.

C.2 Le moteur pas à pas

Il peut être vu comme un moteur alternatif fonctionnant en continu. Son rotor est généralement un aimant permanent, le stator étant un stator multipolaire dont les différents pôles sont alimentés de façon indépendante : le champ tournant est alors réalisé en commutant convenablement les courants continus qui les alimentent. Pour chaque état de ces courants, le rotor s'immobilise dans la direction définie par le champ magnétique, ce qui permet un repérage exact de l'angle de rotation.

This work is licensed under a Creative Commons "Attribution-NonCommercial-NoDerivatives" license.



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.fr>